الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
ثانوية الشريف التلمساني بني صاف(14/13

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي
دورة ماي 2014

الشعبة : رياضي+تقني رياضي

اختبار في مادة : الرياضيات
المدة :04 ساعات و نصف

على المترشح اختيار موضوعا واحدا

الموضوع الأول

التمرين الأول : (05 نقاط)

A_0 و B_0 نقطتان من المستوي بحيث $B_0A_0 = 8$ (الوحدة السنتمتر)

ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة A_0 و نسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{3\pi}{4}$.

نعرف متتالية النقط (B_n) بـــ : $B_{n+1} = S(B_n)$ من أجل كل عدد طبيعي n .

1) أنشئ النقط : B_1 ، B_2 ، B_3 و B_4 .

2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n المثلثان : $A_0B_nB_{n+1}$ و $A_0B_{n+1}B_{n+2}$ متشابهان .

3) نعرف متتالية (U_n) بـــ : $U_n = B_nB_{n+1}$ من أجل كل عدد طبيعي n .

أ) أثبت أن (U_n) متتالية هندسية ، يطلب تحديد أساسها q .

ب) أوجد عبارة U_n بدلالة n و U_0 .

ج) نضع $\sum_n = U_0 + U_1 + \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots + U_n$ ، أوجد $\lim_{n\to+\infty} \sum_n$.

4) أ- حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة $3x - 4y = 2$.

ب- ليكن (Δ) المستقيم العمودي على المستقيم (B_0A_0) في النقطة A_0 .

أوجد قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون النقطة B_n تنتمي الى المستقيم (Δ) .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

(U_n) هي متتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $U_0 = 16$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1} = 6U_n - 9$

1) أ- أحسب بواقي قسمة كل من الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 ، U_3 ، U_4 على 7 .

ب- خمن قيمة للعدد a و قيمة للعدد b بحيث : $U_{2k} \equiv a[7]$ و $U_{2k+1} \equiv b[7]$.

2) أ- برهن أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+2} \equiv U_n[7]$.

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي k ، $U_{2k} \equiv 2[7]$ ، ثم استنتج أن : $U_{2k+1} \equiv 3[7]$.

3) نضع من أجل عدد طبيعي n ، $V_n = U_n - \frac{9}{5}$.

أ- بين أن المتتالية (V_n) هندسية ، يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب- أحسب ، بدلالة n ، كلا من U_n و S_n حيث : $S_n = U_0 + U_1 + \cdots \ldots\ldots + U_n$.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j};\vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(3;-2;1)$ ، $B(5;2;-3)$ ، $C(6;-2;-2)$ و $D(4;3;2)$.

1) بين أن النقط A ، B و C ليست في إستقامية , واحسب الجدائين السلميين : AB.AC و BC.AC

2) أ– بين أن الشعاع $\vec{n}(2;1;2)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .

ب– استنتج معادلة للمستوي (ABC) .

جـ– بين أن المسافة بين النقطة D و المستوي (ABC) تساوي 3 .

3) أحسب حجم رباعي الأوجه $ABCD$.

التمرين الرابع : (06 نقاط)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $I =]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = 2x^3 - 1 + 2\ln x$.

1) أدرس تغيرات الدالة g على المجال I .

2) احسب $g(1)$ و برر وجود عدد حقيقي α وحيد حيث $g(\alpha) = 0$ بطلب قيمة مقربة لـ α مدور إلى $^{-1}$

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I .

II. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $I =]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = 2x - \frac{\ln x}{x^2}$ ، و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عين نهاية الدالة f عند 0 ثم عند $+\infty$.

2) برهن أن (C_f) يقبل خط مقارب مائل (Δ) بجوار $+\infty$ معادلته : $y = 2x$.

ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

3) علل أن إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(x)$ ، ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

4) انشئ (C_f) في المعلم السابق (نأخذ $\|\vec{i}\| = 2\ cm$ و $\|\vec{j}\| = 1cm$) .

p عدد طبيعي غير معدوم ، A مساحة الجزء من المستوي المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين ذا المعادلتين : $x = 1$ و $x = p$.

أ– علل أن A معبر عنه بـ : $I_p = 2\int_1^p \frac{\ln x}{x^2}$ هو cm^2 .

ب– أحسب $\int_1^p \frac{\ln x}{x^2}dx$ بدلالة p (استعمل التكامل بالتجزئة) .

ج– عبر على I_p بدلالة n و احسب نهاية I_p لما ينتهي إلى $+\infty$.

وفقكم الله لما يحبه و يرضاه

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05 نقط)

المطلوب : أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية .

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

1. من أجل كل عدد مركب $z \neq -2$ نرفق العدد المركب Z' المعرف كما يلي : $Z'=\dfrac{z-4i}{z+2}$
مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $|Z'|=1$ هو محور قطعة .

2. من أجل كل عدد مركب $z \neq -2$ نرفق العدد المركب Z' المعرف كما يلي : $Z'=\dfrac{z-4i}{z+2}$
مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون العدد المركب Z' عددا تخيليا صرفا هي دائرة .

3. النقطة B ذات اللاحقة $z_B=\left(1-\sqrt{3}\right)+\left(1+\sqrt{3}\right)i$ هي صورة النقطة A ذات اللاحقة $z_A=2-2i$ بالدوران الذي مركزه النقطة O وزاويته $\dfrac{5\pi}{6}$.

4. من أجل كل عدد طبيعي n ، 3 يقسم العدد $\left(2^{2n}-1\right)$.

5. x عدد صحيح ، إذا كان x حلا للمعادلة : $x^2+x\equiv 0\ [6]$ فان $x\equiv 0\ [3]$.

6. مجموعة ثنائيات الأعداد الصحيحة $(x;y)$ حلول المعادلة : $12x-5y=3$ هي الثنائيات $(4+10k\ ;\ 9+24k)$ حيث $(k\in Z)$.

التمرين الثاني : (05 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ نعتبر النقط : $A(1;-2;0)$ ، $B(0;-1;-2)$ ، $C(3;2;1)$ و $D(-2;1;1)$

1) عين طبيعة المثلث ABC ، ثم استنتج أن النقط A ، B و C تعين مستوى .
2) عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)
3) أ) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة D والعمودي على (ABC) .
ب) عين إحداثيات النقطة I تقاطع المستقيم (Δ) والمستوي (ABC) .
ج) أحسب حجم الرباعي وجوه $DABC$
4) لتكن النقطة G مرجح الجملة $\{(A;-2);(B;1);(C,2)\}$
أ) عين إحداثيات النقطة G .
ب) (P_2) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\left\|-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}\right\|$
بين أن (P_2) مستو يطلب تعيين معادلة ديكارتية له
5) أ) بين أن (ABC) و (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ') .
ب) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ') ثم استنتج أن النقطة I لا تنتمي إلى المستقيم (Δ') .
ج) استنتج أن المستقيمين (Δ') و (Δ) غير متوازيين .

التمرين الثالث : (04 نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;1]$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{3x+2}{x+4}$

1) أ- ادرس تغيرات الدالة f على المجال $[0;1]$. استنتج أنه إذا كان $x\in[0;1]$ فإن $f(x)\in[0;1]$.

ب- أنشئ المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة : $5\,cm$

2) لتكن (u_n) المتتالية المعرفة كما يلي : $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\dfrac{3u_n+2}{u_n+4}$.

أ- مثل بدون حساب ، الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على محور الفواصل.

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $0\le u_n\le 1$.

ج- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n). استنتج أن (u_n) متقاربة واحسب نهايتها ℓ .

3) من أجل كل عدد طبيعي n نعرف المتتالية (v_n) كما يلي : $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+2}$.

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{2}{5}$.

ب- عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n .أحسب من جديد النهاية ℓ للمتتالية (u_n).

التمرين الرابع: (06 نقط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=2\ln(x+1)+\dfrac{x}{x+1}$

1) لتكن g' الدالة المشتقة للدالة g على المجال $]-1;+\infty[$. احسب $g'(x)$ وادرس إشارتها.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها (لا يطلب حساب النهايات).

3) احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]-1;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=(2x+1)\ln(x+1)-x-1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. الوحدة : $2\,cm$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ فسر النتيجة بيانيا.

ب) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$: $f(x)=x\left[\left(2+\dfrac{1}{x}\right)\ln(x+1)-1-\dfrac{1}{x}\right]$

ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ج) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$

د) استنتج جدول تغيرات الدالة f.

2) بين أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α و β حيث: $\dfrac{1}{2}<\alpha<1$ و $-1<\beta<-\dfrac{1}{2}$.

3) احسب $f(2)$ ، $f(3)$ ثم أنشئ المنحني (C_f).

4) m عدد حقيقي ، ناقش بيانيا ، حسب قيم m ، عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

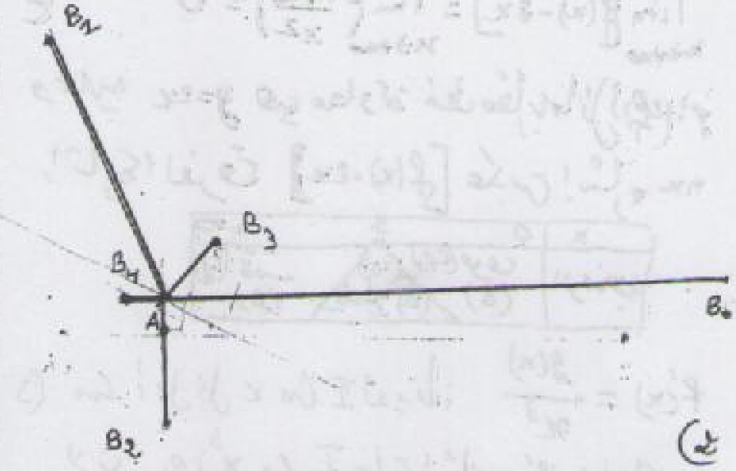
$$(2x+1)\ln(x+1)=x+m$$

بالتوفيق

تصحيح الامتحان التجريبي - رياضيات الموضوع الأول

التمرين الأول

1)



2) $S(A_0)=B_0 ; S(B_n)=B_{n+1} ; S(B_{n+1})=B_{n+2}$

$\frac{A_0B_{n+1}}{A_0B_n}=\frac{B_{n+1}B_{n+2}}{B_nB_{n+1}}=\frac{1}{2}$

التشابه يحافظ على الزوايا أي:

$(\vec{A_0B_0};\vec{A_0B_n})=(\vec{A_0B_n},\vec{A_0B_{n+1}})=(\vec{A_0B_{n+1}},\vec{A_0B_{n+2}})$

أي المثلثين $A_0B_nB_{n+1}$ و $A_0B_{n+1}B_{n+2}$ متشابهان

3) أ) $u_n=B_nB_{n+1}$

$\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{B_{n+1}B_{n+2}}{B_nB_{n+1}}=\frac{1}{2}$

وعليه (u_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$

ب) $u_n=u_0\cdot q^n=B_0B_1\left(\frac{1}{2}\right)^n$

جـ) $\Sigma_n=u_0+u_1+\dots+u_n$

$=B_0B_1\frac{1-(\frac{1}{2})^n}{1-\frac{1}{2}}=2B_0B_1\left(1-(\frac{1}{2})^n\right)$

$\lim_{n\to+\infty}\Sigma_n=2B_0B_1$

4) أ) $3x-4y=2$ و $3(-2)-4(-2)=2$

$3(x+2)=4(y+2) \to (x=4k-2, y=3k-2; k\in\mathbb{Z})$

ب) B_n من (Δ) يعني $(\vec{A_0B_0},\vec{A_0B_n})=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

لدينا $(\vec{A_0B_0},\vec{A_0B_1})=(\vec{A_0B_1},\vec{A_0B_2})=\dots=(\vec{A_0B_{n-1}},\vec{A_0B_n})=\frac{3\pi}{4}$

$(\vec{A_0B_0},\vec{A_0B_1})+(\vec{A_0B_1},\vec{A_0B_2})+\dots+(\vec{A_0B_{n-1}},\vec{A_0B_n})=n\times\frac{3\pi}{4}$

$=(\vec{A_0B_0},\vec{A_0B_n})=\frac{3n\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi \to \dots n=4\alpha-2, \alpha\geq1$

التمرين الثاني: (1

$u_0=16; u_{n+1}=6u_n-9$

$u_0\equiv2[7]; u_1\equiv3[7]; u_2\equiv2[7]; u_3\equiv3[7]; u_4\equiv2[7]$

نلاحظ: $u_{2k}\equiv2[7]$ و $u_{2k+1}\equiv3[7]$ (2

أ) نسمي: $(P_n): u_{n+2}\equiv u_n[7]$

من أجل $n=0$: $u_2=513\equiv u_0\equiv16[7]$

نفرض صحة (P_n) ونبرهن صحة (P_{n+1})

$(P_n): u_{n+2}\equiv u_n[7] \to 6u_{n+2}-9\equiv6u_n-9[7]$

$u_{n+3}\equiv u_{n+1}[7]$

وعليه (P_{n+1}) صحيحة, إذن (P_n) صحيحة من أجل كل $n\in\mathbb{N}$

ب) لنثبت الخاصية $(P_k): u_{2k}\equiv2[7]$

من أجل $k=0$ لدينا $u_0\equiv2[7]$

أي (P_0) صحيحة

نفرض صحة (P_k) ونبرهن صحة (P_{k+1})

$u_{2(k+1)}\equiv\underbrace{u_{2k+2}\equiv u_{2k}}_{(\text{الجواب أ})}\equiv2[7]$

$u_{2k+1}\equiv6u_{2k}-9\equiv6\times2-9\equiv3[7]$

3) $v_n=u_n-\frac{9}{5} ; n\in\mathbb{N}$

أ) $v_{n+1}=u_{n+1}-\frac{9}{5}=(6u_n-9)-\frac{9}{5}$

$=6u_n-\frac{54}{9}=6\left(u_n-\frac{9}{5}\right)=6v_n$

أي (v_n) م.هـ أساسها $q=6$, $v_0=\frac{71}{5}$

ب) $\boxed{u_n=v_n+\frac{9}{5}=\frac{71}{5}\cdot6^n+\frac{9}{5}}$

$S_n=(v_0+\frac{9}{5})+(v_1+\frac{9}{5})+\dots+(v_n+\frac{9}{5})$

$=(v_0+v_1+\dots+v_n)+(n+1)\times\frac{9}{5}$

$=\frac{71}{5}\times\frac{6^{n+1}-1}{6-1}+\frac{9}{5}(n+1)$

$=\boxed{\frac{71(6^{n+1}-1)}{25}+\frac{9}{5}(n+1)}$

II) $f(x) = 2x - \frac{\ln x}{x^2}$

1) $\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

2) $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - 2x] = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{\ln x}{x^2}\right) = 0$

وعليه $y=2x$ هي معادلة خط مقارب مائل لـ (C_f) بجوار

إشارة الفرق $[f(x)-2x]$ عكس إشارة $\ln x$

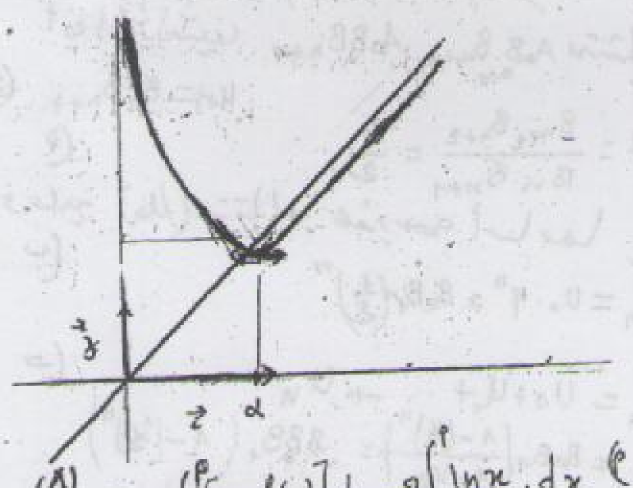
x	0	1	$+\infty$
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) تحت (Δ)

3) لما من أجل كل x من I لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

لأن $x^3 > 0$ في I فإن إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

$f(0,9) = 1,7$

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$f(\alpha)$	↗ $+\infty$



4) $I_p = \int_1^p [y - f(x)]\, dx = 2\int_1^p \frac{\ln x}{x^2} \cdot dx$

ب) $u = \ln x \to u' = \frac{1}{x}$

$v' = \frac{1}{x^2} \to v = -\frac{1}{x}$

$\int_1^p \frac{\ln x}{x^2} dx = -\frac{1}{x}\ln x + \int_1^p \frac{1}{x^2} \cdot dx$

$= \left[-\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x}\right]_1^p = \left[\frac{-1-\ln x}{x}\right]_1^p$

$= \frac{-1-\ln p}{p} + 1 = \frac{p-1-\ln p}{p}$

$\lim I_p = \lim \frac{p-1}{p} - \frac{\ln p}{p} = 2$

التمرين الثالث:

$\vec{AB}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$; $\vec{BC}\begin{pmatrix}1\\-4\\1\end{pmatrix}$; $\vec{AC}\begin{pmatrix}3\\0\\-3\end{pmatrix}$

1) لا يوجد k من $\mathbb{R}$ حيث $\vec{AB} = k \cdot \vec{BC}$

أي A، B و C ليست في استقامية

2) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \boxed{18}$; $\vec{BC} \cdot \vec{AC} = \boxed{0}$

أ) $\vec{n} \cdot \vec{AB} = \vec{n} \cdot \vec{AC} = 0 \to \vec{n} \perp \vec{AB}$, $\vec{n} \perp \vec{AC}$

أي $\vec{n}$ ناظمي لـ (ABC)

ب) معادلة (ABC) :

$2x + y + 2z + d = 0$

A نقطة من (ABC) أي: $2\times3 - 2 + 2 + d = 0$; $d = -6$

معادلة (ABC) هي: $\boxed{2x + y + 2z - 6 = 0}$

جـ) $d(D; (ABC)) = \frac{|2\times4 + 3 + 2\times2 - 6|}{\sqrt{4+1+4}} = \frac{9}{\sqrt{9}} = 3$

3) $AB = 6$, $AC = 3\sqrt{2}$

$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{AB \cdot AC}{2} \times 3 = 9\sqrt{2}\ u.a$

التمرين الرابع: I

$g(x) = 2x^3 - 1 + 2\ln x$

$I =]0; +\infty[$

1) من أجل كل x من I: $g'(x) = 6x^2 + \frac{2}{x} > 0$

$\lim_{x \to 0} g(x) = -\infty$; $\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		$+$
$g(x)$	$-\infty$	↗ $+\infty$

2) g ... x ، $g(0,86) = -0,029$; $g(1) = 1$

مستمرة ومتزايدة تماما على $I =]0; 1]$

فإنه يوجد α وحيد من I' حيث $g(\alpha) = 0$

قيمة مقربة لـ α إلى 10^{-1} هي $\alpha = 0,9$

3)

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

تصحيح إختبار الفصل الثالث - الموضوع الثاني - 3 ريا + 3 تر

التمرين الأول (05 نقط)

① صحيحة لأن $|z'|=1$

1 نعني $AM=BM$ مع $z_A=4i$ ، $z_B=-2$

② صحيحة لأن z' تخيلي صرف

1 نعني $Arg(z')=\pm\frac{\pi}{2}$ أي $(\widehat{\overrightarrow{BM},\overrightarrow{AM}})=90°$

أي M تنتمي إلى الدائرة ذات القطر AB

③ صحيحة لأن العبارة المركبة

لهذا الدوران هي $z'=\frac{-\sqrt{3}+i}{2}z$ 1

ومنه $\frac{-\sqrt{3}+i}{2}\times(2-2i)=z_B$

④ صحيحة لأن $2^0\equiv1[3]$

$2^1\equiv2[3]$

1 $2^2\equiv1[3]$

ومنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون

$(2^2)^n\equiv1[3]$ أي $(2^{2n}-1)\equiv0[3]$

⑤ خاطئة لأنه لدينا $5^2+5\equiv0[6]$ 0,5

لكن 5 لا يوافق 0 بترديد 3

⑥ صحيحة لأن الحلول هي $(4+5k,\ 9+12k)$ 0,5

التمرين الثاني (05 نقط)

لدينا $\overrightarrow{AC}(2,4,1)$ ، $\overrightarrow{AB}(-1,1,-2)$

① لدينا $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-2+4-2=0$

1 ومنه $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$ وبالتالي المثلث (ABC)

قائم في A والنقط A ، B ، C تعين مستو

② ليكن $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم لـ (ABC)

لدينا $\begin{cases}2a+4b+c=0\\-a+b-2c=0\end{cases}$

ومنه وبوضع $b=1$ يكون $\vec{n}(-3,1,2)$

1 ومعادلة (ABC) هي $-3x+y+2z+5=0$

③ $(\Delta):\begin{cases}x=-2-3t\\y=1+t\\z=1+2t\end{cases}$ مع $t\in\mathbb{R}$ 0,5

1 نعوض في معادلة (ABC) ونجد أن $t=-1$

0,25 وبالتالي $\boxed{I(1,0,-1)}$

الحجم هو $V=\frac{1}{3}S_{ABC}\times DI$

0,25 $\boxed{V=7\ uv}$

0,25 ④ $\boxed{G(4;7;0)}$

المعادلة (ب) تكافئ $MG=MB$

0,25 إذن (P_2) هو المستوي المحوري للقطعة $[BG]$

1 لدينا $\overrightarrow{BG}(4,8,2)$ ومنتصف $[BG]$ هي $(2,3,-1)$

0,25 ومنه معادلة (P_2) هي $\boxed{2x+4y+z-15=0}$

0,25 ⑤ بما أن $\overrightarrow{BG}$ و $\vec{n}$ غير متوازيين فإن المستويين

(ABC) و (P_2) متقاطعان وفق مستقيم (Δ')

1 نحل الجملة $\begin{cases}2x+4y+z-15=0\\-3x+y+2z+5=0\end{cases}$ وذلك بوضع $x=t'$

ونجد أن (Δ') ممثل وسيطياً بـ

0,5 $\begin{cases}x=t'\\y=5-t'\\z=-5+2t'\end{cases}$

0,25 واضح أن I لا تنتمي إلى (Δ')

0,25 بما أن $\vec{u}$ و $\vec{u'}$ غير متوازيين فإن (Δ) و (Δ')

غير متوازيين

التمرين الثالث (04 نقط)

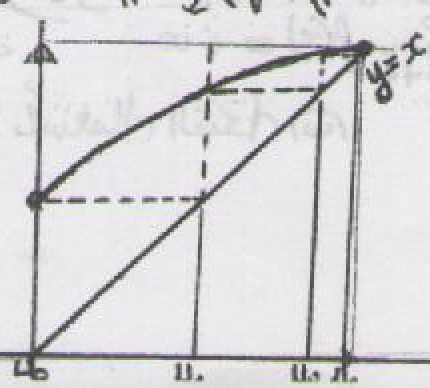
$f'(x)=\frac{10}{(x+4)^2}$

0,5

x	0	1
$f(x)$	$\frac{1}{2}$ ↗	1

واضح من الجدول أن $\frac{1}{2}\leq f(x)\leq 1$ أي $f(x)\in[0\ 1]$

0,5



1

ب) واضح (استعمال السؤال 1) 0,75

ج) 0,5 $U_{n+1}-U_n = \frac{-U_n^2-U_n+2}{U_n+4} > 0$

لأن $0 \le U_n \le 1$

0,25 بما أن المتتالية (U_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى بالعدد 1 فهي متقاربة

$$\frac{3l+2}{l+4} = l$$

0,25 ونجد $l=1$, $l=-2$ (مرفوض)

3) أ) $$V_{n+1} = \frac{\frac{3U_n+2}{U_n+4}-1}{\frac{3U_n+2}{U_n+4}+2}$$

0,5 $$V_{n+1} = \frac{2(U_n-1)}{5(U_n+2)} = \frac{2}{5}V_n$$

ب) 0,25 $V_n = V_0 \times q^n = -\frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n$

لدينا $V_nU_n + 2V_n = U_n - 1$

0,25 $$U_n = \frac{-2V_n-1}{V_n-1} = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^n-1}{-\frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n-1}$$

0,25 بما أن $\lim V_n = 0$ فإن $\lim U_n = 1$

التمرين الرابع (06 نقط)

I) $g(x) = \frac{x}{x+1} + 2\ln(x+1)$

0,5 $g'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{2}{x+1} > 0$

x	-1	0	$+\infty$
$g(x)$	$-$ ↗	0	↗ $+$

II) $f(x) = (2x+1)\ln(x+1) - x - 1$

1) أ) 0,25 $\lim_{x\to -1} f(x) = +\infty$

0,25 (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $x=-1$

0,25 ب) بنشر الطرف الثاني نجد انه يساوي $f(x)$

0,25 ومنه $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$

وذلك باستعمال الشكل (هـ)

ج) تشخيص الشكل الأول f

$$f'(x) = 2\ln(x+1) + \frac{2x+1}{x+1} - 1 = g(x)$$

③

x	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	-1	↗ $+\infty$

② على المجال $]-1,0]$: f مستمرة ورتيبة تماما و $\lim_{x\to -1} f(x) \times f(0) < 0$

اذن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة واحدة

على المجال $[0, +\infty[$ (نفس الإجابة)

الخلاصة: (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α و β

$\begin{cases} \lim_{x\to -1} f(x) = +\infty \\ f(-\frac{1}{2}) = -0,5 \end{cases}$ ومنه $-1 < \beta < -\frac{1}{2}$

$\begin{cases} f(\frac{1}{2}) = -0,68 \\ f(1) = +0,07 \end{cases}$ ومنه $\frac{1}{2} < \alpha < 1$

③ $f(2) = 2,5$ و $f(3) = 5,7$

0,75 ④ المعادلة تكافئ $f(x) = m-1$

ومنه نناقش تقاطع (C_f) مع المستقيمات الأفقية

	قيم m	عدد وإشارة الحلول
0,25	أي $m-1 < -1$ $\boxed{m<0}$	لا يوجد حلول
0,25	أي $m-1 = -1$ $\boxed{m=0}$	يوجد حل واحد معدوم
0,25	أي $m-1 > -1$ $\boxed{m>0}$	يوجد حلان مختلفان في الإشارة