تمـــاريـــن و مشكـــــلات:

التمرين1 .

عين كل الأعداد الصحيحة x و y بحيث : $xy - 2x - 4y + 8 = 10$

التمرين2 .

عين كل الأعداد الصحيحة الموجبة x و y بحيث : $x^2 - y^2 = 40$

التمرين3 .

عند إجراء عملية القسمة للعدد الطبيعي a على العدد 37 كان حاصل القسمة q و باقي القسمة $11q + 7$.

عين القيم الممكنة للعدد a .

التمرين4 .

a و b عددان طبيعيان حيث $b \neq 0$

عند إجراء عملية القسمة الإقليدية للعدد a على العدد b^3 وجدنا الحاصل q و الباقي r.

عين حاصل و باقي قسمة a على b.

التمرين5 .

n عدد صحيح . a و b عددان طبيعيان.

بين أنه إذا كان q حاصل قسمة n على a .

وكان q' حاصل قسمة q على b فإن: q' هو حاصل قسمة n على ab .

التمرين6 .

عند قسمة عدد طبيعي على 110 كان باقي القسمة يساوي مربع حاصلها.

ما هي القيم الممكنة لهذا العدد ؟

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

التمرين7 .

a وb عددان طبيعيان حيث : $a \times b = 2500$

و $PGCD\ (a\ ;\ b) = 10$

عين القيم الممكنة للعددين a وb .

التمرين8 .

a وb عددان طبيعيان حيث : $a^2 - b^2 = 5760$

و $PGCD\ (a\ ;\ b) = 12$ و $a < b$

عين القيم الممكنة للعددين a وb

التمرين9 .

a و b عددان طبيعيان حيث :

$PGCD\ (a\ ;\ b) = 10$ و $2a^2 + 3b^2 = 3500$

عين القيم الممكنة للعددين a وb .

التمرين10 .

أرضية مستطيلة الشكل محيطها 7080 cm طولها a و عرضها b . نريد تبليطها ببلاطات مستطيلة الشكل حيث طولها و عرضها عددان متتابعان و يكون عددها من جهة الطول و العرض مساويا إلى 60 .

- احسب كل من قيم a و b الممكنة .

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

الحـلـــــــــــول:

التمرين 1 .

تعيين x و y

لدينا : $xy - 2x - 4y + 8 = 10$

وعليه : $x(y - 2) - 4(y - 2) = 10$

أي : $(y - 2)(x - 4) = 10$

- $x - 4 = 1$ و $y - 2 = 10$ ومنه $x = 5$ و $y = 12$.
- $x - 4 = 2$ و $y - 2 = 5$ ومنه $x = 6$ و $y = 7$.
- $x - 4 = 10$ و $y - 2 = 1$ ومنه $x = 14$ و $y = 3$.
- $x - 4 = 5$ و $y - 2 = 2$ ومنه $x = 9$ و $y = 4$.
- $x - 4 = -1$ و $y - 2 = -10$ ومنه $x = 3$ و $y = -8$.
- $x - 4 = -2$ و $y - 2 = -5$ ومنه $x = 2$ و $y = -3$.
- $x - 4 = -10$ و $y - 2 = -1$ ومنه $x = -6$ و $y = 1$.
- $x - 4 = -5$ و $y - 2 = -2$ ومنه $x = -1$ و $y = 0$.

التمرين 2 .

تعيين x و y بحيث : $x^2 - y^2 = 40$

أي : $(x - y)(x + y) = 40$ حيث : $x - y < x + y$

1) $x - y = 1$ و $x + y = 40$ بالجمع نجد : $2x = 41$ مرفوض .

2) $x - y = 2$ و $x + y = 20$ و بالجمع نجد : $2x = 22$.

ومنه : $x = 11$ و $y = 9$.

3) $x - y = 4$ و $x + y = 10$ وبالجمع نجد : $2x = 14$

ومنه : $x = 7$ و $y = 3$.

4) $x - y = 5$ و $x + y = 8$ وبالجمع نجد : $2x = 13$ (مرفوض)

جميع الحقوق محفوظة ©

التمرين 3 .

تعيين القيم الممكنة للعدد a :

لدينا : $\begin{cases} a = 37q + 11q + 7 \\ 0 \leq 11q + 7 < 37 \end{cases}$

لدينا : $0 \leq 11q + 7 < 37$ ومنه : $-7 \leq 11q < 30$

إذن : $\frac{-7}{11} \leq q < \frac{30}{11}$

وعليه : $-0,63 \leq q < 2,72$

وعليه : $q \in \{0 ; 1 ; 2\}$

ومنه :

لما $q = 0$: $a = 7$

لما $q = 1$: $a = 37 + 11 + 7$ أي $a = 55$

لما $q = 2$: $a = 37(2) + 11 \times 2 + 7$ ومنه : $a = 103$

القيم الممكن للعد a هي : 7 , 55 , 103 .

التمرين 4 .

تعيين حاصل و باقي قسمة a على b .

لدينا : $\begin{cases} a = b^3q + r \\ 0 \leq r < b^3 \end{cases}$ ومنه : $\begin{cases} a = b(b^2q) + r \\ 0 \leq r < b^3 \end{cases}$

نجري عملية القسمة للعدد r على b نجد : $r = bq_1 + r_1$

$0 \leq r_1 < b$

ومنه بالتعويض نجد : $\begin{cases} a = b(b^2q) + bq_1 + r_1 \\ 0 \leq r_1 < b \end{cases}$

وعليه : $\begin{cases} a = b(b^2q + q_1) + r_1 \\ 0 \leq r_1 < b \end{cases}$

ومنه r_1 هو باقي قسمة a على b و $b^2q + q_1$ هو حاصل القسمة.

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

التمرين 5 .

لدينا : $\begin{cases} n = aq + r \\ 0 \le r \le a - 1 \end{cases}$ و $\begin{cases} q = bq' + r' \\ 0 \le r' \le b - 1 \end{cases}$

وعليه : $n = a(bq' + r') + r$

$n = (ab)q' + ar' + r$

و بما أن $0 \le r' \le b - 1$ فإن : $0 \le ar' \le a(b - 1)$

ومنه : $0 \le ar' + r \le a(b - 1) + a - 1$

إذن : $0 \le ar' + r \le ab - a$

إذن : $0 \le ar' + r < ab$

لأن : $ab - a < ab$

وعليه : $\begin{cases} n = (ab) \cdot q' + (ar' + r) \\ 0 \le ar' + r < ab \end{cases}$

ومنه : باقي قسمة n على ab هو q'.

التمرين 6 .

ليكن a العدد الطبيعي. و ليكن r باقي القسمة و q حاصلها وعليه :

ومنه : $\begin{cases} a = 110 \times q + q^2 \\ q^2 < 110 \end{cases}$

بما أن $q^2 < 110$ فإن : $q < 10{,}48$

إذن : $q \in \{0 ; 1 ; \ldots ; 10\}$

لكن $a = q(110 + q)$

وعليه :

1) لما $q = 0 : a = 0$ ؛ 2) لما $q = 1 : a = 111$

3) لما $q = 2 : a = 224$ ؛ 4) لما $q = 3 : a = 339$

5) لما $q = 4 : a = 456$ ؛ 6) لما $q = 5 : a = 575$

7) لما $q = 6 : a = 696$ ؛ 8) لما $q = 7 : a = 819$

9) لما $q = 8 : a = 944$ ؛ 10) لما $q = 9 : a = 1071$

11) لما $q = 10 : a = 1200$

http://www.onefd.edu.dz

التمرين 7 .

تعيين القيم الممكنة للعددين a و b

لدينا $a = 10a'$ و $b = 10b'$

مع a' و b' أوليان فيما بينهما.

لكن $a \times b = 2500$ ومنه : $10a' \cdot 10b' = 2500$

وعليه $a' \cdot b' = 25$

- $a' = 1$ و $b' = 25$ ومنه $a = 10$ و $b = 250$
- $a' = 25$ و $b' = 1$ ومنه $a = 250$ و $b = 10$

التمرين 8 .

تعيين القيم الممكنة للعددين a و b :

لدينا : $a = 12\,a'$ و $b = 12\,b'$ مع a' و b' أوليان فيما بينهما .

وبما أن : $a < b$ فإن : $a' < b'$

ومنه بما أن : $a^2 - b^2 = 5760$

فإن : $(12a')^2 - (12b')^2 = 5760$

وعليه : $(12)^2 \left[a'^2 - b'^2\right] = 5760$

أي أن : $144 \left(a'^2 - b'^2\right] = 5760$

وعليه : $a'^2 - b'^2 = 40$

وبالتالي : $(a' - b')(a' + b') = 40$

- لما : $a' - b' = 1$ و $a' + b' = 40$ بالجمع نجد $2a' = 41$ مرفوض .
- لما : $a' - b' = 2$ و $a' + b' = 20$ بالجمع نجد $2a' = 22$
- ومنه : $a' = 11$ وعليه : $b' = 9$.

إذن : $a = 12 \times 11 = 132$, $b = 12 \times 9 = 108$

- لما $a' - b' = 4$ و $a' + b' = 8$ ، بالجمع نجد : $2a' = 14$

ومنه : $a' = 7$ و $b' = 3$

إذن : $a = 12 \times 7 = 84$, $b = 12 \times 3 = 36$

- لما : $a' - b' = 5$ و $a' + b' = 8$ بالجمع نجد : $2a' = 13$ مرفوض .

http://www.onefd.edu.dz © جميع الحقوق محفوظة

التمرين 9 .

تعيين القيم الممكنة للعددين a و b :

لدينا : $a = 10a'$ و $b = 10b'$ حيث a' و b' أوليان فيما بينهما.

ومنه لدينا : $2(10a')^2 + 3(10b')^2 = 3500$

إذن : $10^2 \left[2a'^2 + 3b'^2\right] = 3500$

وعليه : $2a'^2 + 3b'^2 = 35$

إذن : $3b'^2 = 35 - 2a'^2$

ومنه : $35 - 2a'^2 \geq 0$ وعليه: $a'^2 \leq \frac{35}{2}$

$a' \leq \sqrt{\frac{35}{2}}$ وعليه : $a' \leq 4$

- $a' = 1$: $3b'^2 = 33$ وعليه : $b'^2 = 11$ مرفوض.
- $a' = 2$: $3b'^2 = 27$ ومنه : $b'^2 = 9$ و منه : $b' = 3$
  إذن : $a = 20$ و $b = 30$
- $a' = 3$: $3b'^2 = 17$ ومنه مرفوض.
- $a' = 4$: $3b'^2 = 3$ ومنه : $b'^2 = 1$
  وعليه : $b' = 1$
  ومنه : $a = 40$ و $b = 10$.

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

التمرين 10 .

نصف المحيط هو 3540

ومنه $a + b = 3540$.

نفرض a' طول البلاطة و b' عرض البلاطة و هما عددان متتابعان فهما إذن أوليان فيما بينهما.

بما أن عدد البلاطات من جهة الطول و العرض 60 .

فإن : $\begin{cases} a = 60\,a' \\ b = 60\,b' \end{cases}$

a' و b' أوليان فيما بينهما. وعليه : $60\,a' + 60\,b' = 3540$

أي: $60(a' + b') = 3540$ وعليه : $a' + b' = 59$

ولدينا : $a' = b' + 1$

ومنه : $b' + 1 + b' = 59$

وعليه : $2b' = 58$ ومنه $b' = 29$

وعليه : $a' = 30$

إذن : $a = 60 \times 30$, $b = 60 \times 29$

ومنه : $a = 1800$, $b = 1760$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©