رياضيات

نماذج B E M محلولة

منقولة عن سلسلة مدرستي

مطبوعات الشهاب

إعداد : الأستاذ محمد جعيجع
متوسطة ـ عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة .

2011 / 2010

جدول اختبارات شهادة التعليم المتوسط

الاختبار	المدة	المعامل
لغة عربية	ساعتان	5
لغة أمازيغية	ساعة و نصف	2
لغة فرنسية أو اللغة الأجنبية الأولى	ساعتان	3
لغة إنجليزية أو اللغة الأجنبية الثانية	ساعة و نصف	2
رياضيات	ساعتان	4
تربية إسلامية	ساعة	2
تاريخ و جغرافيا	ساعة و نصف	3 (2 + 1)
تربية مدنية	ساعة	1
علوم الطبيعة و الحياة	ساعة و نصف	2
علوم فيزيائية و تكنولوجيا	ساعة و نصف	2
تربية بدنية و رياضية		1
تربية تشكيلية أو تربية موسيقية	ساعة و نصف	تضاف النقاط التي تزيد عن العشرة إلى المجموع قبل حساب المعدل
مجموع المعاملات		27

ملاحظة : تجرى اختبارات التربية البدنية و الرياضية ، التربية الموسيقية والتربية التشكيلية قبل تاريخ الامتحان. تحدد تواريخ و كيفية إجرائها عن طريق مناشير خاصة.

طبيعة اختبار مادة الرياضيات

المدة : ساعتان (2h) **المعامل : 4**

يتضمن اختبار مادة الرياضيات جزأين إجباريين :

الجزء الأول (12 نقطة)

يتكون من أربع (4) أو خمس (5) تمارين قصيرة و مستقلة من مختلف المجالات (أنشطة عددية ، أنشطة هندسية ، تنظيم معطيات) .

الهدف منها قياس درجة تحكم المتعلم في المعارف المستهدفة في برنامج السنة الرابعة متوسط و قدرته على تجنيدها لحل مشكلات بسيطة .

تكون الوضعيات متنوعة و تسمح في مجملها بتغطية البرنامج بشكل مقبول و لا تقتصر على التطبيق المباشر للمعارف .

الجزء الثاني (8 نقاط)

تبنى المسألة في شكل وضعية إدماجية .

الهدف منها قياس درجة تحكم المتعلم في مجموعة من الكفاءات الرياضية و الكفاءات العرضية المستهدفة في مرحلة التعليم المتوسط .

تكون الوضعية مركبة و غير معقدة ، ذات دلالة بالنسبة إلى المتعلم و تراعي فيها درجة التوجيه لمساعدة المتعلم من دون مبالغة ، بما يسمح بقياس قدرته على توظيف موارده لحل مشكلات بنفسه .

تكون الوضعية في متناول المتعلم و غير تعجيزية .

تنظيم الوقت

- عند حصولك على الموضوع قم بقراءته لمدة 5 min .
- خصص للجزء الأول (72 min) أي لكل تمرين (18 min).
  وللجزء الثاني (الوضعية الإدماجية) 33 min .
- إعادة قراءة الإجابة في النهاية و مراقبتها مدة 10 min .

- إذا استهدفت معرفة أو مهارة أو كفاءة في أحد أجزاء الموضوع ، لا ينبغي استهدافها في الأجزاء الأخرى .

كيف تستعمل هذا الكتاب ؟

- إذا أردت التحقق من معلوماتك في نقطة معينة من البرنامج تناول فهرس المحتويات ليوجهك إلى التمرين الذي يتضمن هذه النقطة .

* ستجد في نهاية هذا الكتاب فهرسا للمحتويات يبرز رقم التمرين الذي يتضمن النقطة التي تبحث عنها و كذا رقم الموضوع الذي يشمل ذلك التمرين من جهة ، و فهرسا يضم أرقام صفحات كل المواضيع النموذجية المقدمة من جهة أخرى .
* أجب كتابيا عن التمرين ، قارن إجابتك بالحل المقترح ، ثم صحح أخطاءك.

- أما إذا أردت إجراء اختبار كامل ، الجأ إلى فهرس الكتاب و اختر أحد المواضيع
- ضع نفسك في جو الامتحان و احترم الوقت المحدد .

* اقرأ الموضوع كاملا بتركيز حتى تفهم المطلوب منك .
* ابدأ دائما بالتمرين الذي تعتبره الأسهل ربحا للوقت .
* استعمل المسودة لإنجاز المحاولات بشكل نظيف و منظم .
* انقل الحلول إلى ورقة الإجابة بعناية و تنظيم .
* بعد الانتهاء من الإجابة و استغلال كل الزمن ، قارنها بالحل المقترح، قوّم عملك وفق شبكة التقييم المعتمدة في الكتاب ثم صحح أخطاءك .
* أعد الاختبار بعد مدة تكون قد راجعت المعارف و الطرائق المستهدفة في مختلف المواضيع .

- لأهم عند الاطلاع على حل تمرين ليس قراءته فقط و إنما دراسته بدقة و تتبع جميع خطواته :

* الاطلاع على الحل : الحسابات و النتائج المتوصل إليها .
* استنباط المنهجية المستخدمة لتوظيفها في حل تمارين أخرى .
* طريقة تحرير الإجابات .

نصائح عامة لتحضير الامتحان

إذا حضرت نفسك للامتحان و عملت بانتظام و استمرار و إذا كانت مراجعتك مخططة و منهجية ، كانت لديك فرصة كبيرة للنجاح .

لهذا ندعوك إلى إتباع النصائح التالية :

• استعد للامتحان كل يوم

- حضّر لكل درس و راجعه عقب انتهاء دراسته في القسم.
- ضع جدولا زمنيا لمراجعتك و استغل الأوقات التي تشعر فيها باللياقة الجيدة و الاستعداد.
- أعط أهمية لكل مواد الامتحان و لا تفضل مادة على مادة أخرى.
- اجمع كل الوثائق التي تساعدك على مراجعة مواد كل مادة: الكتاب، الكراس، الحوليات الجيدة و المغطية للبرنامج، الكتاب المدعم للدروس والتطبيقات و رتّبها وفق نظام يسمح إليك بالعودة إليها بأدنى مجهود و أقل وقت.
- نوّع مراجعتك بين العمل الفردي و العمل الجماعي المفيد.
- استغل ملخصات الدروس أثناء المراجعة.
- أكثر من حل المواضيع النموذجية للامتحانات، و قدم إجاباتك لأساتذتك لتقوينها و توجيهك.
- استعمل الألوان لإبراز ما هو مهم، و اجعل القوانين أو القواعد العامة داخل مستطيلات.
- خصّص وقتا بعد المراجعة لحفظ المعطيات الرقمية كالقوانين و الإحصاءات.
- إن الكتابة تقضي على شرودك و تمكنك من التركيز، و هي وسيلة هامة لترسيخ المعلومات،و تجعلك تقوّم نفسك و تصحح ذاتك. إن المراجعة بهذه الطريقة بطيئة و لكنها مفيدة و لهذا ننصحك بإتباعها.

• التحضير البدني و النفسي

- امنح نفسك نصيبا من الراحة في برنامج مراجعتك،حتى تسترجع طاقتك و تحسّن ما استوعبته.
- مارس الرياضة، لتمنحك الاستعداد البدني.
- من الممكن أن تشعر ليلة الامتحان بالقلق و الاضطراب، فلا داعي لإجهاد نفسك بالمزيد من المراجعة، إلا إذا أردت التأكد من معرفة معينة.

• يوم الامتحان

- استيقظ مبكرا و تناول فطورك.
- تأكد أنك أخذت بطاقة التعريف و الاستدعاء و كل الأدوات الضرورية قبل التّوجه إلى مركز الامتحان.
- عندما تقدم إليك ورقة الموضوع اقرأه بتمعن و تركيز حتى تفهم المطلوب منك، إذ قد تكون الأسئلة مرتبطة فيما بينها، كما يمكن أن يلمّح سؤال معين إلى معلومات هامة. بعدها ابدأ بالتمرين الذي تعتبره الأسهل.
- إن واجهتك صعوبة و أحسست أنها ستأخذ منك وقتا أكثر مما يلزم أحلها و انتقل إلى غيرها ثم عد لها في الأخير فإن الوقت مهم في الامتحان.
- لا تبق في تمرين واحد مدة أطول من اللازم.
- عالج كل جزء باستغلال الوقت الذي خصصته له.
- استعمل مسودة لكل تمرين.
- استعمل المسودة بشكل منتظم،فسجّل ــ أولا ــ عناصر السؤال ثم أجب بطريقة مرتّبة و واضحة ثم انقل الحل إلى ورقة الإجابة.
- أكتب بخط واضح و مقروء.
- أشر إلى الجواب عن كل سؤال.
- راجع الحل المتوصل إليه و تحقق من صحته وأنه يلاءم السؤال المطروح قبل إعادة ورقتك.
- استغل كل مدة الامتحان و لا تعد ورقة الإجابة قبل انتهاء الوقت.

نشاط الإدماج

1 ــ تعريف النشاط الإدماجي:

هو نشاط تعلمي، و تتمثل وظيفته الأساسية في جعل المتعلم يجند مجموعة من مكتسباته (معارف و مهارات و مواقف)التي تحصّل عليها.

يمكن أن تتخلل نشاطات الإدماج مختلف فترات التعلم.

2 ــ أهمية النشاطات :

إن تطوير كفاءة ما عند التلميذ يعني جعله مؤهلا لحل وضعية إشكالية.

ينبغي أن يتعلم التلميذ حل هذا النوع من الوضعيات من خلال نشاط منظم لهذا الغرض.

3 ـــ مميزات النشاط الإدماجي:

- نشاط يرتكز على التلميذ.
- النشاط الإدماجي يجعل التلميذ يجند مجموعة من الموارد ينبغي أن تكون متنوعة مع الحرص على أن يكون تجنيدها بكل مترابط و غير متراكم.
- يهدف النشاط الإدماجي إلى تحقيق كفاءة معينة.
- النشاط الإدماجي مبني حول وضعية ذات دلالة مستوحاة من محيط التلميذ.
- هو نشاط قابل للملاحظة و التقييم.

4 ـــ بعض النصائح التطبيقية:

4 ـــ 1 ما يجب كتابته على المسودة:

- استخراج الفعل المفتاحي الذي يوجهك إلى طبيعة العمل المطلوب منك مثلا : (قارن ، وازن ،مثّل ،علّل).
- كتابة العلاقات الحرفية التي تعتمد عليها في حل التمرين.
- استخراج العلاقات الفرعية.
- إجراء العمليات الحسابية.
- احترام المصطلحات و الرموز و الوحدات الدولية.
- ترتيب الإجابة في كل تمرين.
- عليك بالتعبير بلغة علمية صحيحة.

4 ـــ 2 بناء الإجابة:

- مراعاة مدى ارتباط إجابتك بالموضوع المقترح.
- إتقان الرسومات و تزويدها بالعنوان و البيانات اللازمة.
- نقل الإجابات بخط واضح دون تشطيب.

الموضوع الأول 1 — النصوص

التمرين الأول

1. أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 837 و 2085 .
2. اختزل الكسر $\frac{17}{5}$.

التمرين الثاني

لتكن (A) العبارة المعرفة كما يلي : $A = 40x - 50 + (4x - 5^2)$.

1 ـ أنشر و بسط العبارة A .

2 ـ أحسب قيم A من أجل : $x = 2; x = 0; x = -1$.

التمرين الثالث

$c; b; a$ هي أطوال أضلاع مثلث قائم وتره c .

1 ـ أحسب c إذا علمت أن : $a = \sqrt{3}(1+\sqrt{6})$ و $b = 3 - \sqrt{6}$.

2 ـ أحسب المحيط L لهذا المثلث .

التمرين الرابع

في الشكل الموالي لدينا : $FG = 2.5cm; BC = 3cm; AB = 2cm$.

و المستقيمات : $(CG); (BF); (AE)$ متوازية .

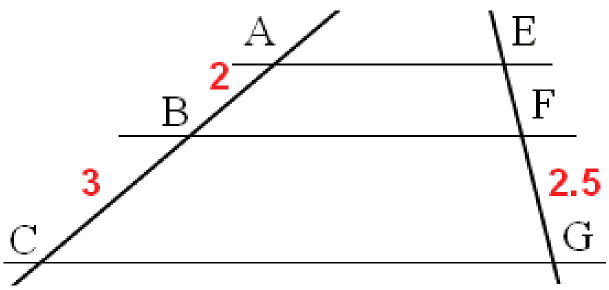
1 ـ أرسم المستقيم الذي يشمل النقطة E و يوازي المستقيم (AC) .

هذا المستقيم يقطع (BF) في I و (CG) في J .

أذكر ثلاث متوازيات أضلاع في الشكل .

2 ـ أثبت أن : $\frac{AB}{AC} = \frac{EF}{EG}$.

أحسب : EF .



المسألة

يتسبب التأخر في دفع فاتورة الكهرباء و الغاز زيادة قدرها: 10% من قيمة الفاتورة .

1 ـ إذا كانت قيمة الفاتورة هي : 1000 دينارا ،
فما هي الزيادة الناتجة عن تأخر التسديد ؟ .

2 ـ إذا كانت قيمة الفاتورة و الزيادة الناتجة عن تأخر التسديد هو :1350 دينارا .
فما هي قيمة الفاتورة ؟ .

الموضوع الثاني 2 النصوص

التمرين الأول

1 ـ عيّن القاسم المشترك الأكبر للعددين 729 و 513 .

2 ـ اختزل الكسر $\frac{513}{729}$ و اكتبه على شكل كسر غير قابل للاختزال .

التمرين الثاني

بين أن للمعادلتين : $3x-5=-7+x$ ، $x+6=3-2x$ نفس الحل .

التمرين الثالث

f دالة تآلفية معرفة كما يلي : $f(x)=-2x+3$.

1 ـ عيّن صورة العدد 0 بالدالة f .

2 ـ عيّن العدد الذي صورته 0 بالدالة f .

3 ـ عيّن الدالة الخطية g المرفقة بالدالة f .

4 ـ المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

ليكن (T) التمثيل البياني للدالة g و (d) التمثيل البياني للدالة f .

- تحقق أن النقطة $D(1;-2)$ تنتمي إلى (T) و لا تنتمي إلى (d) .
- أرسم (d) و (T) في المعلم السابق .

التمرين الرابع

ABC مثلث قائم في A بحيث : $\hat{B}=60°$ و $AB=3cm$.

H نقطة من $[BC]$ بحيث : $A\hat{H}B=90°$.

1 ـ أحسب BC و BH ثم أحسب HC .

2 ـ أحسب AH بتقريب $0.1cm$.

3 ـ عيّن قيس الزاوية $H\hat{A}C$ ثم أحسب HC .

المسألة

محيط حقل مستطيل الشكل هو : $280m$.

إذا أنقصنا $10m$ من طوله و أضفنا $10m$ إلى عرضه فإن مساحته تزداد بمقدار $100m^2$. ما هما طول و عرض الحقل ؟

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

الموضوع الثالث 3 النصوص

التمرين الأول

1 - أنشر و بسط كلا من العبارتين A و B التاليتين :

$A = (x+2)^2 - (2x+4)(x-3)$

$B = (4x-1)^2 - (x-4)^2$

2 - أحسب قيمة A من أجل $x = -2$ و قيمة B من أجل $x = 1$.

التمرين الثاني

مجموع عددين طبيعيين هو 2007 .

عند إجراء القسمة الإقليدية للعدد الأكبر على العدد الأصغر ، يكون حاصل القسمة هو 2 و باقي القسمة هو 338 .

- أوجد هذين العددين .

التمرين الثالث

المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

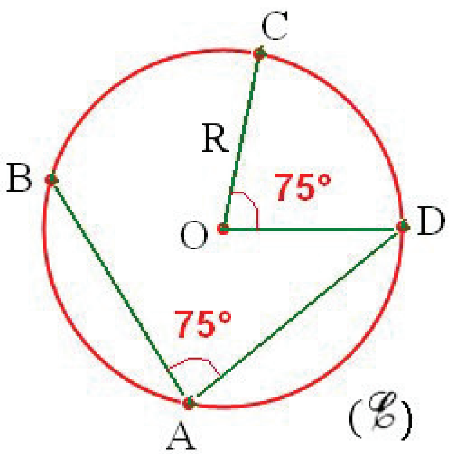
1 - علم النقط $A(2\,;1)$ ، $B(5\,;6)$ و $C(-3\,;-2)$.

2 - برهن أن المثلث ABC متساوي الساقين .

3 - لتكن $D(0\,;3)$ نقطة من المستوى .

برهن أن D هي صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AB}$.

التمرين الرابع



لاحظ الشكل المقابل (𝒞) هي دائرة مركزها O .

و نصف قطرها R ،

A , B , C و D أربع نقط من الدائرة

بحيث : $\widehat{BAD} = \widehat{COD} = 75°$.

1 - أحسب قيس الزاوية $\widehat{BOD}$.

2 - أحسب قيس الزاوية $\widehat{BOC}$.

مرحلة من خلال البيان.

المسألة

يحقق تاجراً ربحًا قدره 25 % من ثمن شراء بضاعته .

1 - أحسب ثمن بيع البضاعة إذا كان ثمن شرائها هو 120_{DA} دينار جزائري .

2 - أحسب ثمن شراء البضاعة إذا كان ثمن بيعها هو 240_{DA} دينار جزائري .

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

الموضوع الرابع 4 النصوص

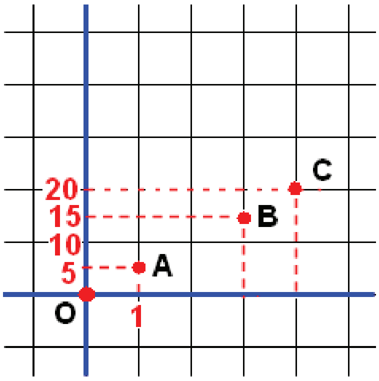
التمرين الأول

لتكن A العبارة المعرفة كما يلي : $A = (2x+4)^2 - (5x-1)^2 + 3x - 5$

1 ـ حلل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

2 ـ حل المعادلة : $A = 0$.

التمرين الثاني



لاحظ التمثيل البياني المقابل :

1 ـ تحقق أن تراتيب A ، B و C .
متناسبة مع فواصلها .
ما هو معامل التناسبية ؟

2 ـ عيّن الدّالة الخطية التي تمثيلها البياني
هو المستقيم الذي يشمل هذه النقطة .

التمرين الثالث

لجدول التالي يعبر عن أعمار عمّال مؤسسة إنتاجية .

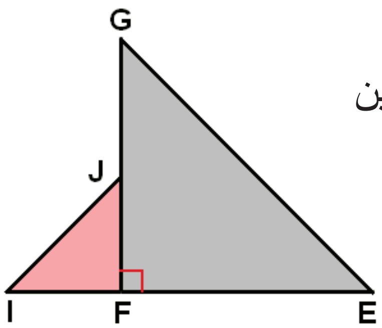
فئات الأعمار (بالسنوات)	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[
التكرار	13	25	28	17

1 ـ أحسب التكرارات المجمعة الصاعدة .

2 ـ أحسب تواتر كل فئة و التواترات المجمعة الصاعدة .

3 ـ ما هو وسط أعمار عمال هذه المؤسسة ؟ .

التمرين الرابع



في الشكل المقابل المثلث EFG قائم في F و متساوي الساقين
و المثلث IFJ قائم في F و متساوي الساقين .

1 ـ ما هي صورة E بالدوران الذي مركزه F .
و زاويته $90°$ و في الاتجاه المباشر .

2 ـ برهن أن : $EJ = GI$.

المسألة

تتكون الأجرة الشهرية لبائع في مركز تجاري من مبلغ ثابت قدره 15000_{DA} دينار جزائري و علاوة قدرها 10% من الأرباح الشهرية المحققة .

1- أحسب الأجرة الشهرية لهذا البائع إذا بلغت الأرباح 50000_{DA} دينار جزائري .

2- كم بلغت الأرباح الشهرية إذا كانت أجرته الشهرية 18000_{DA} دينار جزائري .

الموضوع الخامس 5 — النصوص

التمرين الأول

1 ـ أكتب العدد $\sqrt{72}$ على الشكل $a\sqrt{2}$.حيث a عدد طبيعي .

2 ـ أكتب العدد $2\sqrt{32} + 3\sqrt{50} - 4\sqrt{72}$ على الشكل $b\sqrt{2}$.
حيث b عدد طبيعي .

التمرين الثاني

سأل أستاذ التربية البدنية تلاميذه حول تكهن نتيجة المقابلة في كرة القدم بين فريقي شبيبة القبائل و إتحاد الجزائر لخصت النتائج في الجدول التالي ، حيث :
الرمز 1 يعني فوز فريق شبيبة القبائل .
الرمز 2 يعني فوز فريق إتحاد الجزائر .
الرمز × يعني تعادل الفريقين .

النتائج	1	×	2
التكرارات	15	7	13

1 ـ ما هو التكرار الكلي لهذه السلسلة ؟
2 ـ أحسب تواتر كل قيمة و التواترات المجمع الصاعدة .

التمرين الثالث

المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .
f هي الدالة الخطية التي تمثيلها البياني (d) يشمل النقطة $A(3;3)$
و g هي الدالة التآلفية التي تمثيلها البياني (T) يشمل النقطتين $B(5;-3)$
و $C(2;-4)$.
1 ـ عين الدالتين f و g .
2 ـ علم النقط B,A و C .
3 ـ أرسم التمثيلين البيانيين (d) و (T) في المعلم السابق .

التمرين الرابع

$A(3;5)$, $B(5;-3)$, $C(2;-4)$ نقط من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس .
1 ـ أحسب الأعداد AB^2 ; BC^2 ; AC^2 .
2 ـ استنتج طبيعة المثلث ABC .

المسألة

يقول رضا لسمير : إذا أعطيتني 6 كريات فيصبح عندنا نفس عدد الكريات و إذا أعطيتني 10 يصبح عندك نصف ما يصبح عندي من الكريات .
ما هو عدد الكريات عند كل من رضا و سمير ؟ .

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

التمرين الأول

1 - عين القاسم المشترك d للعددين 102 و 119 .

2 - تحقق أن العددين $\frac{102}{d}$ و $\frac{119}{d}$ أوليان فيما بينهما .

التمرين الثاني

1 - B هو عدد حيث : $B = (\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 - 4$.

برهن أن B يكتب على الشكل : $a + b\sqrt{2}$ حيث a و b عددان طبيعيان .

2 - أحسب العدد B^2 ثم أكتبه على الشكل: $C+d\sqrt{2}$ حيث C و d عددان طبيعيان .

التمرين الثالث

1 - أرسم دائرة مركزها O طول قطرها [AB] هو 4 cm .

C هي نقطة من الدائرة بحيث : $\widehat{BOC} = 70°$.

2 - ما نوع المثلث ABC ؟ .

3 - أحسب طول الوتر [BC].

2 - أحسب طول الوتر [AC].

يأخذ : $\cos 55° \approx 0.57$ و $\sin 55° \approx 0.82$.

التمرين الرابع

($\mathscr{C}$) هي دائرة مركزها O و نصف قطرها 2 cm .

[AB] هو وترها طوله 3 cm و I منتصف [AB] .

1 - أنشئ صورة القطعة [AB] بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\widehat{BOA}$.

و في الاتجاه المباشر .

2 - J هي صورة I بنفس الدوران .

ماذا تمثل J بالنسبة إلى صورة [AB] ؟ أنشئ النقطة J .

المسألة

لاقتناء مجلة ثقافية دفعت المتوسطة 290_{DA} دينار جزائري (و هو ثمن المجلات و تكاليف الإرسال) للحصول على 3 إصدارات .

و دفعت 450_{DA} دينار جزائري في مرة ثانية (و هو ثمن المجلات و تكاليف الإرسال) للحصول على 5 إصدارات .

أحسب ثمن المجلة الواحدة و تكاليف الإرسال علما أن تكاليف الإرسال ثابتة .

الموضوع السابع 7 — النصوص

التمرين الأول

1 - أنشر و بسط العبارة A حيث : $A = (x - 5)(x + 12)$.

2 - حل المعادلة : $x^2 + 7x - 60 = 0$.

3 - مثلث أطوال أضلاعه (بالسنتيمترات) هي x ؛ $x + 7$ ؛ 13 .
عيّن العدد x علما أن هذا المثلث قائم و طول وتره هو $13\ cm$.

التمرين الثاني

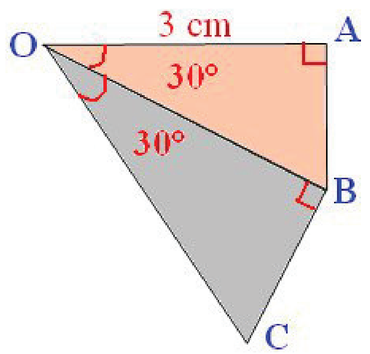
f هي الدالة الخطية ذات المعامل -1.5 .

1 - أحسب $f(0.5)$ ؛ $f(-2)$ ؛ $f(\frac{2}{3})$.

2 - أحسب العدد الذي صورته بالدالة f هي 2- .

3 - أرسم التمثيل البياني (D) للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه النقطة O .

التمرين الثالث



1 - لاحظ الشكل المقابل ثم أحسب OC .

2 - أعد الرسم و واصل للحصول على
مثلث OCD قائم في C بحيث :
$\widehat{COD} = 30°$ و ليست نقطة من المستقيم (OB) .
أحسب OD .

التمرين الرابع

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه النقطة O .
$A(-5 ; -1)$ ، $B(3 ; -1)$ ، $C(1 ; 5)$ نقط من المستوي .

1 - علم النقط A , B , C .

2 - برهن أن النقطة $D(-1 ; 1)$ هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

3 - عيّن 'B نظيرة B بالنسبة إلى المركز D .

المسألة

ساحة مستطيلة الشكل طولها 9.75 m و عرضها 7.28 m نريد تبليطها بواسطة بلاطات مربعة الشكل ضلع كل منها أصغر ما يمكن .

1 - بيّن أن هذا التبليط ممكن .

2 - أحسب عدد البلاطات اللازمة .

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

الموضوع الثامن 8 — النصوص

التمرين الأول

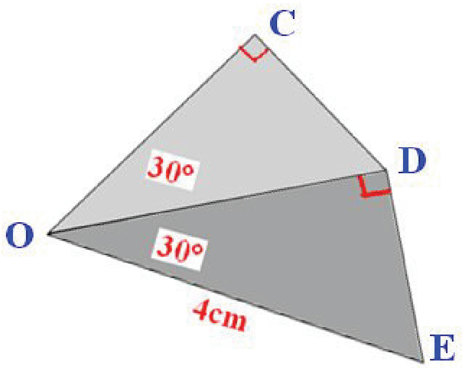
حل جملة المعادلتين التالية :
$$\begin{cases} \sqrt{2}\,x + \sqrt{3}\,y = 5 \\ \sqrt{3}\,x + \sqrt{2}\,y = 2\sqrt{6} \end{cases}$$

التمرين الثاني

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كما يلي : $f(x) = 4x - \frac{1}{2}$ و $g(x) = -2x + \frac{5}{2}$

1 - عين معاملي كل من الدالتين f و g ؟ .
2 - أحسب صورة العدد O بكل من الدالتين f و g .
3 - حل المعادلة : $f(x) = g(x)$. فسّر بيانيا هذه النتيجة .
4 - (d) و (T) هما التمثيلان البيانيان للدالتين f و g على الترتيب في معلم متعامد و متجانس مبدؤه النقطة O .
أرسم (d) و (T) .

التمرين الثالث



لاحظ الشكل المقابل :
1 - أحسب OC .
2 - واصل الرسم للحصول على مثلث OCB .
قائم في B بحيث : $\widehat{COB} = 30°$.
أحسب : OB .

التمرين الرابع

المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .
A(-2 ; 2) ; B(-3 ; -1) ; C(0 ; -2) نقط من المستوي .
1 - برهن أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين .
2 - عين إحداثيتي I مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

المسألة

يبلغ عمر ولد 6 سنوات و عمر أمه 28 سنة .
بعد كم سنة يصبح عمر الأمر ضعف عمر ابنها ؟
ما هو حينئذ عمر كل من الأم و ابنها ؟ .

التمرين الأول

1 - أكتب كلا من العددين a و b على الشكل : $C + d\sqrt{3}$.
حيث C و d عددان طبيعيان .
$b = 4\sqrt{3}\,(1+\sqrt{3})$ ؛ $a = 2(1+\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 6$.

2 - أكتب $\frac{a}{b}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .

التمرين الثاني

f الدالة الخطية المعرفة كما يلي : $f(x) = x\sqrt{3}$.

1 - عيّن معامل الدالة الخطية f .

2 - عيّن صورة كل من الأعداد التالية : $\sqrt{3}$; $\frac{1}{\sqrt{3}}$; 1 ; 3 .

3 - عيّن الأعداد التي صورتها بالدالة f هي : $\sqrt{2}$; $\frac{1}{\sqrt{2}}$; -3 على الترتيب .

التمرين الثالث

هذه العلامات تحصلت عليها ليلى خلال الفصل الأول في الرياضيات .
13 ; 14 ; 9 ; 7 ; 10 ; 12 ; 10 ; 14 .

1 - أحسب معدل علامات ليلى في الرياضيات بتقريب 0.01 بالزيادة .

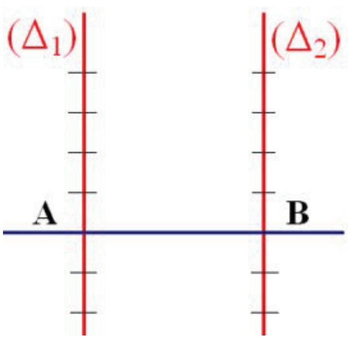
2 - أحسب وسيط سلسلة هذه العلامات .

التمرين الرابع

في الشكل المقابل ، المستقيمان (Δ_1) و (Δ_2) متوازيان و مدرّجان تدريجا منتظما و بنفس الوحدة .

1 - أنشئ النقطة M من القطعة [AB] .
بحيث : $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$. برّر كيفية الإنشاء .

2 - أنشئ النقطة N من المستقيم (AB) تختلف عن M
بحيث : $\frac{NA}{NB} = \frac{2}{3}$.



المسألة

اشترى صانع صفيحة من الزجاج عرضها 81 cm و طولها 108 cm .
يريد تقطيعها إلى مربعات متماثلة ذات مساحة أكبر ما يمكن .
ما هو طول ضلع كل مربع و ما هو عدد المربعات التي يمكن تقطيعها ؟ .

الموضوع العاشر 10 — النصوص

التمرين الأول

1 - حلل إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى كلا من العبارتين التاليتين :

$E=(3x-2)^2-(x+1)(3x-2)$ ، $F=(5x-3)^2+4(25x^2-9)$

2 - أحسب قيمة E من أجل : $x=\frac{3}{2}$. أحسب قيمة F من أجل : $x=\frac{3}{5}$.

التمرين الثاني

$ABCD$ مربع مركزه O و قطره $4cm$.

1 - أنشئ النقط E,F,G و H صور النقط A,B,C و D على الترتيب .
بالدوران الذي مركزه O و زاويته $45°$ و في الاتجاه غير المباشر .

2 - ما هو نوع الرباعي $EFGH$ ؟ .

التمرين الثالث

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .
$A(0;-2);B(-6,-5);C(-3;1)$ نقط من المستوي .

1 - علم النقط $A;B$ و C .

2 - برهن أن المثلث ABC متساوي الساقين .

3 - ليكن I منتصف القطعة $[AC]$.

- عيّن إحداثيتي I .
- عيّن إحداثيتي D نظيرة B بالنسبة إلى I .
- ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$ ؟ .

التمرين الرابع

1 - عيّن الدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني يشمل النقطتين $E\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$ و $F(-6;-5)$.

2 - عيّن صورة العدد -1 بالدالة f .

3 - ما هو العدد الذي صورته بالدالة f هو -1 ؟ .

المسألة

ثمن 4 كيلوغرام من البطاطا و 3 كيلوغرام من الطماطم هو 305_{DA} دينارا.
و ثمن كيلوغرامين من البطاطا و 5 كيلوغرام من الطماطم هو 345_{DA} دينار.
ما هو ثمن الكيلوغرام الواحد من البطاطا و ثمن الكيلوغرام الواحد من الطماطم ؟ .

الموضوع الحادي عشر 11 النصوص

التمرين الأول

1 - أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 3468 و 1020 .

2 - أوجد الكسر غير قابل للاختزال و الذي يساوي $\frac{3468}{1020}$.

التمرين الثاني

حل جملة المعادلتين التاليتين : $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ -7x + 2y = 2 \end{cases}$.

التمرين الثالث

f هي الدالة التآلفية المعرفة كما يلي : $f(x) = -\frac{5}{2}x + 4$ و (d) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

1 - هل النقطة $A(-2;3)$ تنتمي إلى (d) ؟ .

2 - برهن أن النقطتين $B(2;-1)$ و $C(4;-6)$ تنتميان إلى (d) .

3 - أرسم المستقيم (d) .

التمرين الرابع

ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساس A .

1 - أنشئ النقطة E بحيث : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CB}$.

2 - برهن أن المثلث ABE متساوي الساقين .

3 - لتكن I منتصف $[AC]$ و J منتصف $[BE]$. برهن أن $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{JB}$.

المسألة

يقترح نادي رياضي في كرة القدم صيغتين لمشاهدة 20 مقابلة تجرى على ملعبه خلال الموسم الرياضي .

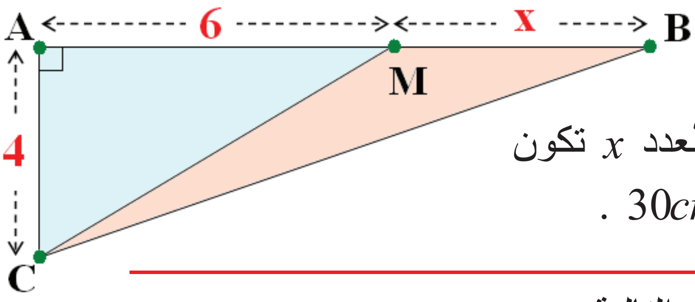
- الصيغة الأولى : دفع 55 دينارا لتذكرة الدخول .
- الصيغة الثانية : اشتراك قدره 600 دينارا و دفع في كل مرة 5 دنانير عند الدخول .

ابتداء من أي عدد من المقابلات تكون الصيغة الثانية هي الأفضل للجمهور ؟ .

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

الموضوع الثاني عشر 12 النصوص

التمرين الأول



في الشكل المقابل M هي نقطة من القطعة $[AB]$. وحدة الطول هي السنتيمتر. من أجل أية قيم للعدد x تكون مساحة المثلث ABC أصغر من $30cm^2$.

التمرين الثاني

1 - حلّل إلى جداء عاملين العبارة E التالية :

$E=(3x-2)(x+2)-(9x^2-4)$.

2 - حل المعادلة : $E=0$

التمرين الثالث

f هي الدالة التآلفية المعرفة كما يلي : $f(x)=-\frac{1}{2}x+1$.

(d) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

1 - هل النقطتان $A(-2;2)$ و $B(2;0)$ تنتميان إلى (d) ؟

2 - أرسم المستقيم (d) .

3 - هل النقطة $C\left(1;\frac{1}{3}\right)$ تنتمي إلى (d) ؟ .

التمرين الرابع

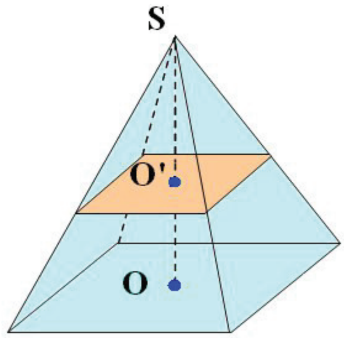
هرم منتظم حجمه $0.576dm^3$ قاعدته مربعة الشكل مساحتها $1.44dm^2$ (أنظر الشكل).

S هو رأس الهرم ، O مركز قاعدته .

1 - أحسب ارتفاع الهرم .

2 - يقطع هذا الهرم بمستو يوازي قاعدته و في منتصف ارتفاعه ، فينتج هرم مصغر مركز قاعدته O' و جذع هرم .

أحسب حجم جذع الهرم .



المسألة

أقلعت طائرة لأداء مهمة مراقبة ، من قاعدتها على الساعة $8h$. و بعد قطع مسافة عادت إلى قاعدتها متبعة نفس الخط ، فحطت على الساعة $11h30\min$.

إذا كانت سرعتها المتوسطة في الذهاب $960km/h$ و في الإياب $720km/h$

فما هي مدة قطع المسافة في الذهاب و مدة قطعها في الإياب ؟ .

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

الموضوع الثالث عشر 13 النصوص

التمرين الأول

أكتب العدد $\frac{5.6}{2.45}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال .

التمرين الثاني

المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

$A\left(-3;\frac{1}{2}\right)$ و $B\left(1;4\right)$ نقطتان من المستوي و $\vec{V}\left(2;-1\right)$ شعاع .

1 - علم النقطتين A و B .

2 - لتكن A' صورة A و B' صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{V}$.

- عين إحداثيي A' و B'.
- علم النقطتين A' و B' في المعلم السابق .
- ما هي طبيعة الرباعي $AA'B'B$ ؟ .

التمرين الثالث

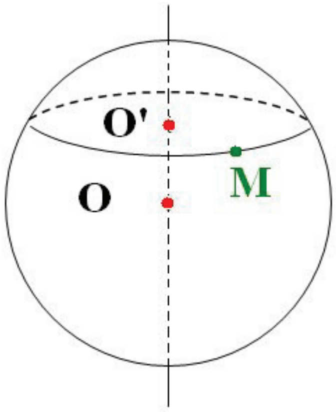
المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

f دالة تآلفية معرفة كما يلي : $f\left(x\right)=-3x+2$ ،

1 - عين صورة كل من العددين 1 و 0 بالدالة f .

2 - أنشئ $\left(D\right)$ التمثيل البياني للدالة f في المعلم السابق .

التمرين الرابع



يمثل الشكل المقابل كرة مركزها O و قطرها $4cm$
مقطوعة بمستو وفق دائرة مركزها O'
بحيث $OO'=1.6cm$.

1 - M نقطة من هذه الدائرة .

- ما نوع المثلث $OO'M$ ؟ .
- مثّـل بالقياسات الحقيقية المثلث $OO'M$.

2 - أحسب نصف قطر هذه الدائرة .

المسألة

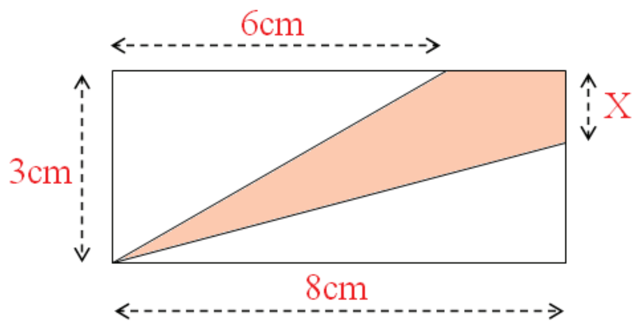
اشترى رضا كراسين و 3 أقلام بثمن 45 دينارا ، و اشترى سمير 4 كراسات و قلما واحدا من نفس النوع بثمن 55 دينارا .

ما هو ثمن الكراس الواحد و ما هو ثمن القلم الواحد ؟ .

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

الموضوع الرابع عشر 14 النصوص

التمرين الأول



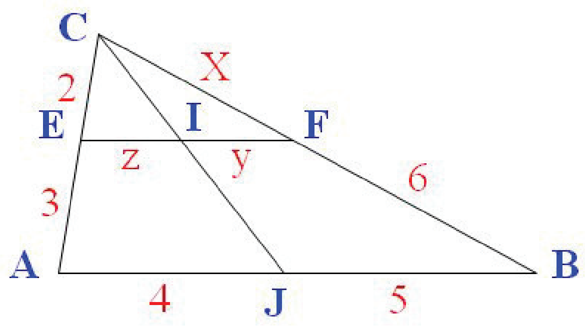
لاحظ الشكل المقابل .
من أجل أية قيم للعدد x
تكون المساحة $\mathscr{A}$ للجزء
الملون أصغر من
ثلث مساحة المستطيل ؟ .

التمرين الثاني

حل جملة المعادلتين التاليتين :

$$\begin{cases} 5x + y = 10 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$$

التمرين الثالث



في الشكل المقابل القطعتان
$[AB]$ و $[EF]$ متوازيتان .
الوحدة هي نصف السنتيمتر .
● أحسب كلا من :
x ، y و z .

التمرين الرابع

الجدول التالي يبيِّن توزيع 50 شخصا حسب قاماتهم (بالأمتار) .

القامات (بالأمتار)	[1.5 0;1.6 0[	[1.60;1.7 0[	[1.7 0;1.8 0[	[1.80;1.90[
التكرار	4	16	20	10

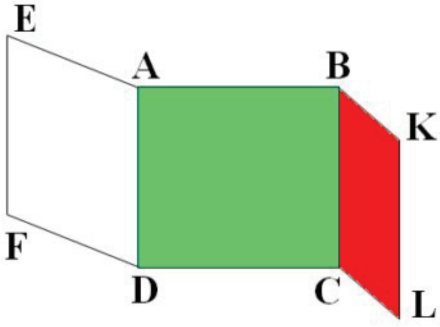
1 - أحسب تواتر كل فئة .
2 - أحسب معدل القامات .
3 - أنجز المدرج التكراري لهذه السلسلة .

المسألة

يريد فلاح وضع سياج حول حقله المستطيل الشكل طوله $276m$ و عرضه $192m$.
لذلك قرر وضع أعمدة بحيث يكون نفس البعد بين كل عمودين متتاليين حول الحقل مع وضع عمود في كل ركن .
يريد هذا الفلاح استعمال أصغر عدد ممكن من الأعمدة .
1 - ما هي المسافة بين كل عمودين متتاليين ؟ .
2 - ما هو عدد الأعمدة التي يجب أن يستعملها هذا الفلاح ؟ .

الموضوع الخامس عشر 15 — النصوص

التمرين الأول



في الشكل المقابل كل من الرباعيات $ABCD$ ، $AEFD$ و $BCLK$ متوازي الأضلاع .

1 - برهن أن :

$\left(\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}\right)+\overrightarrow{BK}=\left(\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{DC}\right)+\overrightarrow{CL}$.

2 - برهن أن الرباعي $EKLF$ متوازي الأضلاع .

التمرين الثاني

أكتب كل عدد من الأعداد التالية على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .

$b=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$; $a=\dfrac{4}{3-\sqrt{2}}$; $c=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$.

التمرين الثالث

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

1 - $A(1,-1);B(-2;-1);C(3,1)$ نقط من المستوي. علـِّم النقط $A;B$ و C .

2 - هل النقطة C تنتمي إلى الدائرة التي تشمل B و مركزها A ؟ .

3 - لتكن D نظيرة النقطة C بالنسبة إلى A . عيِّن إحداثيي النقطة D .

4 - F هي النقطة ذات الإحداثيتين $(-4;4)$ ، بيِّن أن F تنتمي إلى محور القطعة $[CD]$.

التمرين الرابع

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

f هي الدالة التآلفية التي تمثيلها البياني (d) يشمل النقطتين $E(-2;-1)$ و $F(3;1)$

و g الدالة الخطية التي تمثيلها البياني (L) يشمل $G(1;-1)$.

1 - عيِّن الدالتين f و g ، ثم ارسم المستقيمين (d) و (L) .

2 - حل المعادلة : $f(x)=g(x)$. ماذا يمثل هذا الحل بالنسبة إلى المستقيمين (d) و (L) ؟ .

المسألة

نريد إدارة متوسطة تنظيم مسابقة علمية بين أفواج من التلاميذ .

ترشح 124 بنتا و 93 ولدا للمشاركة في هذه المسابقة .

1 - أحسب أكبر عدد من الأفواج التي يمكن تشكيلها بحيث تشمل كل الأفواج نفس عدد البنات و نفس عدد الأولاد ؟ .

2 - ما هو عدد البنات و عدد الأولاد في كل فوج ؟ .

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

الموضوع السادس عشر 16 النصوص

التمرين الأول

1 - نضع $a=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. أحسب a^2 و $\frac{1}{a}+1$.

2 - تحقق أن $a^2=a+1$ و $a=\frac{1}{a}+1$.

التمرين الثاني

1 - عين الدالة التآلفية f حيث $f(4)=1$ و $f(-3)=2$.

2 - عيِّن صورة 11 بالدالة f .

3 - عيِّن العدد x الذي صورته بالدالة f هي $\frac{10}{7}$.

التمرين الثالث

$ABCD$ متوازي أضلاع بحيث : $AB=2cm$ و $BC=2.5cm$ ، و $BD=1.5cm$. K هي نظيرة C بالنسبة إلى D و L نظيرة A بالنسبة إلى D .

1 - أنجز شكلا .

2 - برهن أن L هي صورة K بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$.

التمرين الرابع

إليك السلسلة الإحصائية لعلامات رضا في الرياضيات خلال الفصل الثاني .

11 ; 10 16 ; 7 ; 9 ; 15 ; 19 ; 12 ; 17 ;

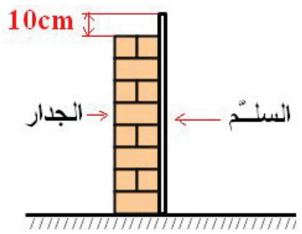
1 - أحسب معدل رضا في الرياضيات خلال هذا الفصل .

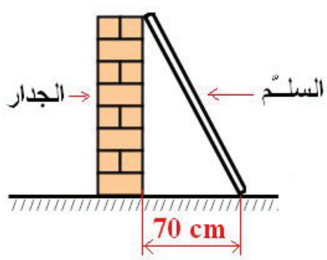
2 - أحسب وسيط هذه السلسلة .

3 - ما هي العلامة التي ينبغي أن يتحصل عليها رضا فرض إضافي حتى يصير معدله 13 ؟ .

المسألة

إذا وضعنا سلـّمًا ضد جدار ،
فيفوق الجدار بـ $10cm$
و إذا وضعناه مائلا بحيث
يبعد عن قاعدة الجدار بـ $70cm$ ،
فيصل بالضبط إلى قمّة الجدار
(أنظر الشكلين) .





ما هو ارتفاع الجدار
و ما هو طول السلـّم ؟ .

الموضوع السابع عشر 17 — النصوص

التمرين الأول

1 - حل كلا من المتراجحتين التاليتين :

$$2(3x-4)+3(x-1)<3x-(4x+6)$$
$$5(1-x)-3(-2x+3)>3(x-8)$$

2 - مثـّل مجموعة حلول كل من المتراجحتين على مستقيم عددي .

التمرين الثاني

1 - عين الدالة الخطية f علما أن صورة $-\frac{3}{2}$ بالدالة f هي : -3 .

2 - المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

أرسم التمثيل البياني (T) للدالة f .

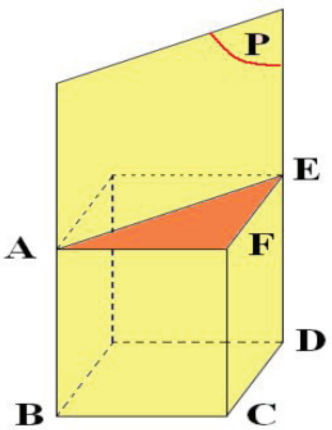
التمرين الثالث

1 - $(\mathscr{C})$ هي دائرة مركزها O و نصف قطرها $2cm$.

أرسم سداسيا $ABCDEF$ منتظما حيث رؤوسه هي نقط من الدائرة .

2 - يتقاطع المستقيمان (BA) و (EF) في I . ما هو نوع المثلث IAF ؟ .

التمرين الرابع



1 - أحسب بتقريب $0.1cm$ ، قياسات مقطع المستوي (P) مع المكعب الممثل في الشكل

علما أن المستوي (P) يشمل الحرفين $[AB]$ و $[ED]$.

و أن طول حرف المكعب هو $3cm$.

- أرسم هذا المقطع بالقياسات الحقيقية .

2 - أحسب حجم الموشور $ABCDEF$.

المسألة

وضع تاجر $20kg$ من القهوة في 56 علبة ، بعضها تزن $250g$ و البعض الآخر $500g$.

ما هو عدد العلب من كل نوع ؟ .

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

الموضوع الثامن عشر 18 — النصوص

التمرين الأول

بيّن أن للمعادلتين التاليتين حلين متعاكسين :

$\frac{2}{5}x+1=3+\frac{1}{10}x$ و $1-\frac{2}{5}x=3-\frac{1}{10}x$.

التمرين الثاني

المستوى مزود بمعلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

$C(-1;-2);B(7;2);A(1;6)$. ثلاث نقط من المستوي .

1 - علم النقط $C;B;A$.

2 - عيّن إحداثيي النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع .

3 - أرسم الرباعي $ABDC$.

4 - عيّن إحداثيي مركزه I .

التمرين الثالث

ABC مثلث قائم في A بحيث : $BC=5cm$ و $AC=2cm$.

F هي منتصف $[BC]$.

E نقطة من $[AB]$ بحيث : $\widehat{EFB}=90°$.

1 - أرسم الشكل .

2 - ما نوع المثلث ABC ؟ أحسب AB .

3 - عبر عن $\tan\widehat{B}$ في كل من المثلثين EFB و ABC ، ثم أحسب EF .

التمرين الرابع

$B;A$ و C ثلاث نقط من مستقيم بحيث : $AB=2cm$ و $BC=3cm$.

و B نقطة من القطعة $[AC]$.

1 - أنشئ $\overrightarrow{CE}$ ممثلا للشعاع $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}$ مبدؤه C .

- ما هو طول الشعاع $\overrightarrow{CE}$ ؟ .

2 - أنشئ الشعاع $\overrightarrow{KA}$ ممثلا للشعاع $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}$ نهايته A .

- ما هو طول الشعاع $\overrightarrow{KA}$ ؟ .

المسألة

حقل مستطيل الشكل محيطه هو $456m$ و ينقص عرضه عن طوله بـ $18m$.

ما هو طول و عرض هذا الحقل ؟ .

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

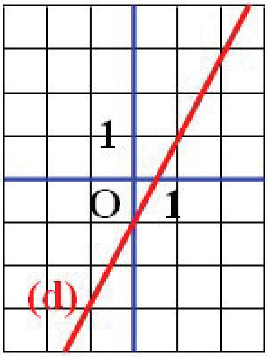
الموضوع التاسع عشر 19 النصوص

التمرين الأول

1 - حل كلا من المعادلتين $\frac{x+2}{4}+1=4-\frac{2x+1}{3}$

و $\frac{3x-5}{4}-2=\frac{x+1}{2}-x$.

التمرين الثاني



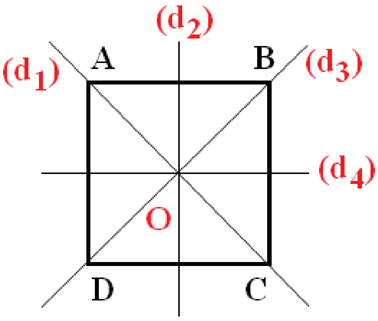
(D) هو التمثيل البياني للدالة التآلفية f . (الشكل) .

1 - أحسب المعاملين a و b للدالة f .
عيِّن الدالة التآلفية f .

2 - عيِّن صورة العدد -4 بالدالة f .

3 - عيِّن العدد x الذي صورته بالدالة f هي $\frac{1}{2}$.

التمرين الثالث



لاحظ الشكل الموالي : $ABCD$
هو مربع مركزه O . المستقيمات :
(d_1) و (d_2) و (d_3) و (d_4) .
هي محاور المربع $ABCD$.

1 - عيِّن E و F إذا علمت أن :
$\widehat{AOE}=\widehat{BOF}=135°$
و $OA=OE==OF$ و النقط A ، B ، E و F .
مرتبة بهذا الترتيب .

2 - أنشئ صورة $ABCD$ بالدوران الذي مركزه O بحيث صورة A هي E .

التمرين الرابع

حجم مجسم هو $12m^3$. أنجز تصغير له بنسبة 0.3 .

1 - أحسب حجم النموذج المصغر .

2 - أنجز تصغيرا آخر له حجمه $0.096m^3$. أحسب نسبة هذا التصغير .

المسألة

باع فلاح 40% من منتوجه من القمح في المرة الأولى . ثم باع 15 طنا في المرة الثانية و بقي عنده 17.4 طنا .
ما هي كمية القمح التي حصدها هذا الفلاح ؟ .

الموضوع العشرون 20 النصوص

التمرين الأول

1 - بيِّن أن الكسر $\frac{264}{768}$ قابل للاختزال .

2 - أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 264 و 768 .

3 - أكتب الكسر $\frac{264}{768}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال .

التمرين الثاني

ABC مثلث .

1 - أنشئ المثلث T_1 صورة المثلث ABC بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$. و المثلث T_2 صورة المثلث ABC بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$.

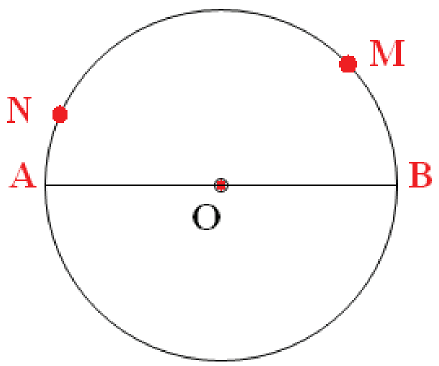
2 - لاحظ أن T_2 هو صورة T_1 بانسحاب حدِّد شعاع هذا الانسحاب .

التمرين الثالث

لاحظ الشكل المقابل : O هو مركز الدائرة و $[AB]$ قطر لها .

M و N نقطتان من نصف الدائرة .

I هي نقطة تقاطع القطعتين $[AM]$ و $[BN]$.



1 - أثبت أن : $\widehat{AIN} = \widehat{MIB}$.

2 - ما نوع كل من المثلثين IMB و INA .

3 - برهن أن : $\frac{BM}{IM} = \frac{AN}{IN}$.

التمرين الرابع

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

f الدالة الخطية التي تمثيلها البياني (d) يشمل النقطتين $B(4;4)$.

g الدالة التآلفية التي تمثيلها البياني (T) يشمل النقطتين $A(0;6)$ و $D(2;-4)$.

1 - أحسب معامل الدالة f ثم عيِّن الدالة الخطية f .

2 - أحسب معاملي الدالة g ثم عيِّن الدالة التآلفية g .

3 - أرسم (d) و (T) في المعلم السابق .

المسألة

في متوسطة بلغت نسبة النجاح $80°$ من المترشحين لشهادة التعليم المتوسط .

- ما هو عدد الناجحين إذا كان عدد المترشحين هو : 140 ؟ .
- ما هو عدد المترشحين إذا كان عدد الناجحين هو : 104 ؟ .

التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة)

1 - حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 837 و 2085
استعمال خوارزمية إقليدس .
لدينا :

$$2085 = 837 \times 2 + 411$$
$$837 = 411 \times 2 + 15$$
$$411 = 15 \times 27 + 6$$
$$15 = 6 \times 2 + 3$$
$$6 = 3 \times 2 + 0$$

ينتج أن القاسم المشترك الأكبر للعددين 837 و 2085 هو 3 .
أي : $p\gcd(837;2085) = 3$.

2 - اختزال الكسر: $\frac{837}{2085}$.
لدينا : $837 = 3 \times 279$ و $2085 = 3 \times 695$
إذن : $\frac{279}{695} = \frac{3\times279}{3\times695} = \frac{837}{2085}$ و بالتالي : $\frac{279}{695} = \frac{837}{2085}$.
الكسر $\frac{279}{695}$ هو كسر غير القابل للاختزال و الذي يساوي $\frac{837}{2085}$.

التمرين الثاني (الحساب الحرفي ـ المتطابقات الشهيرة)

1 - نشر و تبسيط A .
لدينا : $(4x-5)^2 = (4x)^2 - 2\times(4x)(5) + 5^2$.

$$= 16x^2 - 40x + 25$$

و بالتالي : $(4x-5)^2 = 16x^2 - 40x + 25$.

إذن : $A = 40x - 50 + (4x-5)^2 = 40x - 50 + 16x^2 - 40x + 25$.

$$= 16x^2 - 25 \text{ .}$$

ينتج أن : $A = 16x^2 - 25$.

2 - حساب قيم A من أجل : $x = 2; x = 0; x = -1$.

- من أجل : $x = -1$ لدينا : $A = 16(-1)^2 - 25$.

$$= 16 - 25 = -9$$

إذن : $A = -9$ من أجل $x = -1$.

- من أجل : $x=0$ لدينا : $A=16(0)^2-25$
$=0-25=-25$
إذن : $A=-25$ من أجل $x=0$.

- من أجل : $x=2$ لدينا : $A=16(2)^2-25$.
$=16\times4-25$
$=64-25=39$
إذن : $A=39$ من أجل $x=2$.

التمرين الثالث (الجذور التربيعية)

1 - c,b,a هي أعداد تحقق : $c\succ0;b\succ0;a\succ0$. و $c^2=a^2+b^2$

حساب c .

$$c^2=\left[\sqrt{3}\left(1+\sqrt{6}\right)\right]^2+\left(3-\sqrt{6}\right)^2$$
$$=3\left(1+\sqrt{6}\right)^2+3^2-2\times3\times\sqrt{6}+\left(\sqrt{6}\right)^2$$
$$=3\left[1+2\times1\times\sqrt{6}+\left(\sqrt{6}\right)^2\right]+9-6\sqrt{6}+6$$
$$=3\left(1+2\sqrt{6}+6\right)+15-6\sqrt{6}$$
$$=3\left(7+2\sqrt{6}\right)+15-6\sqrt{6}$$
$$=21+6\sqrt{6}+15-6\sqrt{6}$$

و بالتالي : $c^2=36$.

إذن : $c=\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$. أي : $c=6$.

2 - حساب المحيط L للمثلث :

لدينا : $L=a+b+c$
$$=\sqrt{3}\left(1+\sqrt{6}\right)+\left(3-\sqrt{6}\right)+6$$
$$=\sqrt{3}+\sqrt{18}+3-\sqrt{6}+6$$
$$=\sqrt{3}+3\sqrt{2}+9-\sqrt{6}$$
$$=9+\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{6}$$

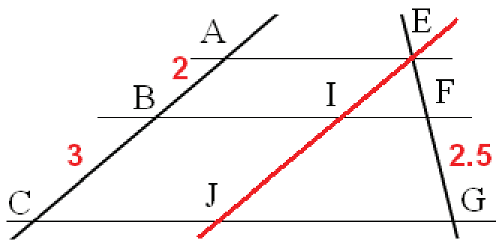
إذن : $L=9+\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{6}$

و بالتالي : **محيط المثلث هو : $9+\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{6}$ وحدة طول** .

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

التمرين الرابع (خاصية طالس)

1 - الرباعيات $AEIB\,;BIJC\,;AEJC$ هي متوازيات أضلاع .



2 - EIF و EJG مثلثات في وضعية طالس .

ينتج أن : $\frac{EF}{EG}=\frac{EI}{EJ}$ أي $\frac{EF}{EG}=\frac{AB}{AC}$

لأن : $EI=AB$ و $EJ=AC$.

3 - حساب EF .

لدينا : $AC=AB+BC$. إذن : $AC=5cm$.

$\frac{EF}{EG}=\frac{AB}{AC}$ يعني : $\frac{EF}{EF+FG}=\frac{2}{5}$. أي : $\frac{EF}{EF+2.5}=\frac{2}{5}$.

و هذا يعني أن : $5EF=2(EF+2.5)=2EF+5$ ينتج أن : $3EF=5$

إذن : $EF=\frac{5}{3}$. أي : $EF\approx 1.6cm$.

المسألة

1 - نضع x هو مبلغ الفاتورة و y الزيادة الناتجة عن التأخر في التسديد .

لدينا : $y=\frac{10}{100}x$ أي : $y=\frac{1}{10}x$.

الزيادة الناتجة عن تأخر التسديد هي: $\left(1000\times\frac{1}{10}\right)$ دينار جزائري .

لدينا : $\frac{1}{10}\times 1000=100$.

إذن الزيادة الناتجة عن تأخر التسديد هي : 100 دينار جزائري .

2 - لتكن x مبلغ الفاتورة .

لدينا : $x\left(1+\frac{1}{10}\right)=x+\frac{1}{10}x=1430$ أي : $\frac{11}{10}x=1430$.

نبحث عن العدد x حيث : $\frac{11}{10}x=1430$.

إذن : $x=\frac{1430\times 10}{11}$.

ينتج أن : $1300=\frac{14300}{11}=x$.

و بالتالي : **مبلغ الفاتورة هو : 1300 دينار جزائري** .

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

الموضوع الثاني 2 — الحلول

التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة)

1 - تعيين القاسم المشترك الأكبر للعددين 729 و 513 .

نستعمل خوارزمية إقليدس : $729 = 513 \times 1 + 216$

$$513 = 216 \times 2 + 81$$
$$216 = 81 \times 2 + 54$$
$$81 = 54 \times 1 + \boxed{27}$$
$$54 = 27 \times 2 + 0$$

نلاحظ أن آخر باق غير منعدم هو $\boxed{27}$.

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 729 و 513 هو 27 .

أي : **pgcd (729 ; 513) = 27** .

2 - اختزال الكسر $\frac{513}{729}$.

لدينا : $513 = 27 \times 19$ و $729 = 27 \times 27$.

إذن : $\frac{19}{27} = \frac{27 \times 19}{27 \times 27} = \frac{513}{729}$ و بالتالي : $\frac{19}{27} = \frac{513}{729}$.

أي : $\frac{19}{27}$ هو كسر غير القابل للاختزال و الذي يساوي الكسر $\frac{513}{729}$.

التمرين الثاني (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد)

- حل المعادلة : $3x - 5 = -7 + x$.

$3x - 5 = -7 + x$ بمعنى : $3x - x = -7 + 5$.

(عندما ننقل عددا أو عبارة من طرف إلى طرف آخر من معادلة ، نغير إشارته) بعد التبسيط نجد : $2x = -2$. و بالتالي : $x = -\frac{2}{2}$ أي : $x = -1$.

ينتج أن : **المعادلة : $3x - 5 = -7 + x$ تقبل حلا واحدا هو -1** .

- حل المعادلة : $x + 6 = 3 - 2x$.

$x + 6 = 3 - 2x$ بمعنى : $x + 2x = 3 - 6$.

بعد التبسيط نجد : $3x = -3$. و بالتالي : $x = -\frac{3}{3}$ أي : $x = -1$.

إذن : **المعادلة : $x + 6 = 3 - 2x$ تقبل حلا واحدا هو -1** .

ينتج أن : **للمعادلتين نفس الحل و هو -1** .

التمرين الثالث (الدوال التآلفية)

1 - صورة 0 بالدالة f هي $f(0)$.

$f(0) = -2 \times 0 + 3$ أي : $f(0) = 3$.

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

2 ـ العدد الذي صورته 0 بالدالة f هو العدد x بحيث : $f(x)=0$.

$f(x)=0$ يعني : $-2x+3=0$ أي : $-2x=-3$ إذن : $x=\dfrac{3}{2}$

لدينا: $f\left(\dfrac{3}{2}\right)=0$ و بالتالي : **العدد الذي صورته 0 بالدالة f هو** $\dfrac{3}{2}$.

3 ـ الدالة الخطية المرفقة بالدالة التآلفية f هي الدالة g المعرفة كما يلي :

$g(x)=-2x$.

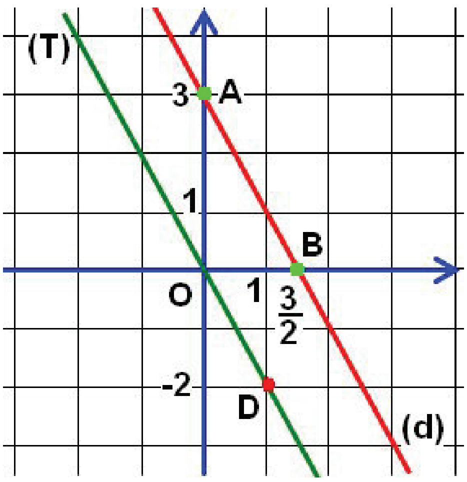
$g(1)=(-2)\times 1$. إذن : $g(1)=-2$

و بالتالي : **النقطة** $D(1;-2)$ **تنتمي إلى المستقيم** (T) **الممثل للدالة** g .

لدينا : $f(1)=1$ و $f(1)\neq -2$

إذن : $D(1;-2)$ لا تنتمي إلى (d) .

4 ـ رسم (d) و (T).



(d) يشمل النقطتين $A(0;3)$ و $B\left(\dfrac{3}{2};0\right)$.

إذن المستقيم (d) هو المستقيم (AB) .

(T) يشمل النقطتين $O(0;0)$ و $D(1;-2)$.

و المستقيم (T) هو المستقيم (OD) .

التمرين الرابع (حساب المثلثات في المثلث القائم)

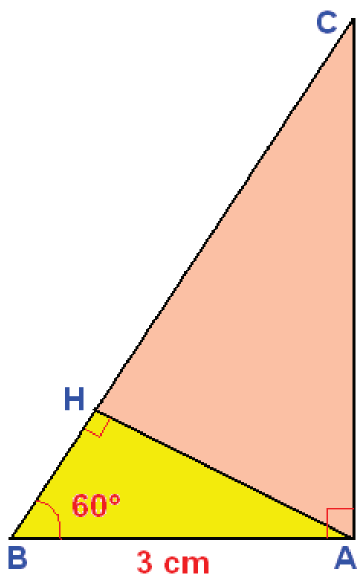
1 ـ للمثلث القائم BAC زاوية قيسها $60°$

فهو نصف مثلث متقايس الأضلاع .

إذن : $BC=2AB$ أي : $BC=6cm$.

لدينا أيضا للمثلث القائم ABH زاوية قيسها $60°$

فهو أيضا نصف مثلث متقايس الأضلاع



إذن : $BH=\dfrac{1}{2}AB$

أي : $BH=1.5cm$.

و $HC=BC-BH$ أي : $HC=6-1.5=4.5$.

إذن : $HC=4.5cm$.

2 ـ المثلث ABH قائم في H .

حسب نظرية فيثاغورث : $AB^2 = AH^2 + BH^2$.

إذن : $AH^2 = AB^2 - BH^2$

$= 9 - 2.25 = 6.75$

ينتج أن : $AH = \sqrt{6.75}$ أي : $AH \approx 2.6cm$.

3 ـ لدينا : $H\hat{A}C + H\hat{A}B = 90°$ و $H\hat{A}B = 30°$ إذن : $H\hat{A}C = 60°$.

المثلث HAC قائم في H إذن: $\dfrac{HC}{AH} = \tan H\hat{A}C$

أي: $HC = AH \times \tan 60°$

$= \sqrt{6.75} \times \sqrt{3} = \sqrt{20.25}$

إذن : $HC = \sqrt{20.25}$ أي : $HC = 4.5cm$.

ملاحظة : لقد استعملنا طريقتين لحساب HC .

المسألة

نضع x طول الحقل و y عرضه مع أن : $x \succ 0$ و $y \succ 0$.

محيط الحقل هو : $2(x+y)$ و مساحته : $x \times y$.

إذن : $2(x+y) = 280$ أي : $x + y = 140$.

ينتج أن : $(x-10)(y+10) = x \times y + 100$.

$xy + 10x - 10y - 100 = xy + 100$

$10x - 10y = 200$

$x - y = 20$

لتعيين x و y نحل الجملة : $\begin{cases} x + y = 140 \\ x - y = 20 \end{cases}$

بالجمع طرف لطرف المعادلتين نجد : $2x = 160$.

إذن : $x = 80$.

بتعويض x بالعدد 80 في المعادلة : $x + y = 140$.

ينتج أن : $y = 60$.

إذن : **طول الحقل هو : $80m$** و **عرضه هو : $60m$** .

الموضوع الثالث 3 — الحلول

التمرين الأول (الحساب الحرفي ـ المتطابقات الشهيرة)

1 ـ • نشر و تحليل العبارة A .

لدينا :
$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$
$$(2x+4)(x-3) = 2x^2 - 6x + 4x - 12$$
$$= 2x^2 - 2x - 12$$

إذن :
$$A = (x+2)^2 - (2x+4)(x-3)$$
$$= x^2 + 4x + 4 - (2x^2 - 2x - 12)$$
$$= x^2 + 4x + 4 - 2x^2 + 2x + 12$$

و بالتالي : $\mathbf{A = -x^2 + 6x + 16}$.

• نشر و تحليل العبارة B .

لدينا :
$$(4x-1)^2 = 16x^2 - 8x + 1$$
$$(x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

إذن :
$$B = (4x-1)^2 - (x-4)^2$$
$$= 16x^2 - 8x + 1 - (x^2 - 8x + 16)$$
$$= 16x^2 - 8x + 1 - x^2 + 8x - 16$$
$$= 15x^2 - 15$$

و بالتالي : $\mathbf{B = 15x^2 - 15}$.

2 ـ • حساب قيمة A من أجل $x = -2$.

من أجل $x = -2$. نجد : $A = (x+2)^2 - (2x+4)(x-3)$
$$A = (-2+2)^2 - [2(-2)+4][(-2)-3]$$
$$= (0)^2 - (-4+4)(-2-3)$$
$$= 0 - 0(-5) = 0$$

إذن : **$A = 0$ من أجل $x = -2$** .

• حساب قيمة B من أجل $x = 1$.

من أجل $x = 1$. نجد : $B = 15x^2 - 15 = 15(1)^2 - 15 = 0$

إذن : **$B = 0$ من أجل $x = 1$** .

التمرين الثاني (جمل معادلتين من الدرجة الأولى لمجهولين)

ليكن a و b العددين المطلوبين حيث $a > b$.

لدينا : $\begin{cases} a + b = 2007 \\ a = 2b + 338 \end{cases}$

نحل هذه الجملة باستعمال طريقة التعويض :

بتعويض a بالعدد $2b + 338$ في المعادلة $a + b = 2007$.

ينتج أن : $2b + 338 + b = 2007$

أي : $3b = 1665$ إذن : $b = \dfrac{1665}{3}$ أي : $b = 555$.

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

بتعويض b بالعدد 555 في العبارة $a = 2b + 338$

ينتج أن : $a = 2(555) + 338$

أي : $a = 1448$

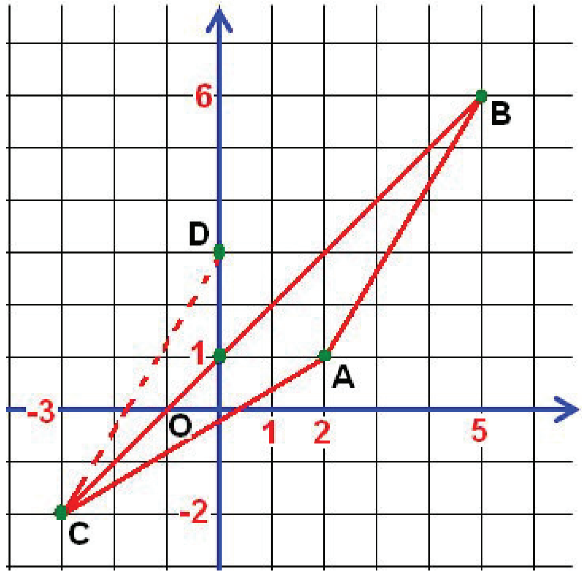
و بالتالي الجملة تقبل حلا واحدًا و هو $(1448 ; 555)$.

إذن : **$b = 555$ و $a = 1448$** .

التمرين الثالث (المعالم)

1 - تعليم النقط C , B , A .

(لاحظ الشكل) .



2 - البرهان على أن المثلث ABC متساوي الساقين .

حساب الطولين AB و AC .

لدينا : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$= \sqrt{(5 - 2)^2 + (6 - 1)^2}$

$= \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$

إذن : $AB = \sqrt{34}$

و لدينا : $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$

$= \sqrt{(-3\ -2)^2 + (-2\ -1)^2}$

إذن : $AC = \sqrt{34}$

نلاحظ أن : $AB = AC$.

إذن : **المثلث ABC متساوي الساقين** .

3 - البرهان على أن D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.

D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ يعني أن : $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$.

لدينا : $x_B - x_A = 9 - 2 = 3$ و $y_B - y_A = 6 - 1 = 5$.

إذن : $\overrightarrow{AB}(3 ; 5)$.

و لدينا : $x_D - x_C = 0 - (-3) = 3$ و $y_D - y_C = 3 + 2 = 5$.

إذن : $\overrightarrow{CD}(3 ; 5)$.

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

ينتج أن : $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$.

و بالتالي : **D هي صورة C بالانسحاب الذي شعاعه** $\overrightarrow{AB}$.

التمرين الرابع (الدوران)

1 - $\widehat{BAD}$ هي زاوية محيطية و $\widehat{BOD}$ زاوية مركزية .

الزاويتان : $\widehat{BAD}$ و $\widehat{BOD}$ تحصران نفس القوس $\widehat{BD}$.

إذن : $\widehat{BOD} = 2\widehat{BAD} = 150°$.

و بالتالي : $\boxed{\widehat{BOD} = 150°}$.

2 - لدينا : $\widehat{BOC} = \widehat{BOD} - \widehat{COD}$ أي : $\widehat{BOC} = 150° - 75° = 75°$.

ينتج أن : $\boxed{\widehat{BOC} = 75°}$.

المسألة

1 - حساب ثمن بيع بضاعة ثمن شرائها هو : 120_{DA} دينار جزائري .

هو : $_{DA}$ $[120 + \frac{25}{100}(120)]$ دينار جزائري .

لدينا : $120 + \frac{25}{100} \times 120 = 120 + 30$.

$= 150$

إذن : **إذا كان ثمن شراء البضاعة هو 120_{DA} دينار جزائري**
فإن ثمن بيعها هو 150_{DA} دينار جزائري .

2 - حساب ثمن شراء البضاعة إذا كان ثمن بيعها هو 240_{DA} دينار جزائري .

ليكن x هو ثمن الشراء .

لدينا : $240 = x + \frac{25}{100}x = (1 + \frac{25}{100})x = \frac{125}{100}x$.

إذن : $240 = \frac{25}{100}x$.

و بالتالي : $x = \frac{240 + 100}{125} = 192$.

إذن : **إذا كان ثمن بيع البضاعة هو 240_{DA} دينار جزائري**
فإن ثمن شرائها هو 192_{DA} دينار جزائري .

الموضوع الرابع 4 — الحلول

التمرين الأول (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد)

1 ـ تحليل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

لدينا : $(2x+4)^2 - (5x-1)^2 = [(2x+4)-(5x-1)]\,[(2x+4) + (5x-1)]$

$= (2x+4 - 5x +1)\,(2x+4 + 5x-1)$

$= (-3x + 5)\,(7x +3)$

إذن : $(2x+4)^2 - (5x-1)^2 = (-3x + 5)\,(7x +3)$

و لدينا : $3x - 5 = -\,(-3x+5)$

إذن : $A = (-3x+5)\,(7x+3) - (-3x+5)$

$= (-3x+5)\,(7x+3 - 1)$

$= (-3x+5)\,(7x+2)$

و بالتالي : $\mathbf{A = (-3x+5)\,(7x+2)}$.

2- حل المعادلة : $A = 0$.

$A = 0$ يعني أن : $(-3x+5)\,(7x+2) = 0$

أي : $-3x+5 = 0$ أو $7x + 2 = 0$.

$-3x+5 = 0$ يعني : $-3x = -5$. إذن : $x = \frac{5}{3}$.

$7x + 2 = 0$ يعني : $7x = -2$. إذن : $x = -\frac{2}{7}$.

ينتج أن : **المعادلة $A = 0$ تقبل حلين هما : $\frac{5}{3}$ و $-\frac{2}{7}$**

التمرين الثاني (الدوال الخطية ـ التناسبية)

1 ـ فواصل و تراتيب النقط A , B و C هي في الجدول التالي :

النقطة	A	B	C
الفاصلة	1	3	4
الترتيب	5	15	20

لدينا : $5 = 1 \times 5$ ؛ $15 = 3 \times 5$ ؛ $20 = 4 \times 5$

إذن تراتيب النقط A , B و C متناسبة مع فواصلها .

● معامل التناسبية هو 5 .

2 ـ الدالة الخطية هي الدالة f المعرفة كما يلي : $\mathbf{f(x) = 5\,x}$.

التمرين الثالث (الإحصاء)

1 - حساب التكرارات المجمعة الصاعدة :

فئات الأعمار (بالسنوات)	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[
التكرار	13	25	28	17
التكرارات المجمعة الصاعدة	13	28	56	73

2 - حساب تواتر كل فئة و التواترات المجمعة الصاعدة . التكرار الكلي هو 73 .

فئات الأعمار (بالسنوات)	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[
التكرارات	13	25	28	17
التواترات	$\frac{13}{73}$	$\frac{25}{73}$	$\frac{28}{73}$	$\frac{17}{73}$
التواترات المجمعة الصاعدة	$\frac{13}{73}$	$\frac{28}{73}$	$\frac{56}{73}$	1

3 - حساب وسط الأعمار . ليكن $\overline{x}$ وسط الأعمار .

مراكز الفئات	25	35	45	55
التكرارات	13	25	28	17

لدينا :
$$\overline{x} = \frac{25\times13 + 35\times25 + 45\times28 + 55\times17}{73}$$
$$\overline{x} = \frac{325 + 875 + 1260 + 935}{73} = \frac{3395}{73} \approx 46.50$$
إذن : $\overline{x} \approx 46.50$

أي : **وسط الأعمار هو 46.50 سنة (أي ستة و أربعون سنة و نصف)** .

التمرين الرابع (الدوران)

1 - بما أن المثلث EFG متساوي الساقين رأسه الأساسي F .

فإن : FE = FG .

نعلم أن : $\widehat{GFE} = 90°$.

ينتج أن صورة E بالدوران الذي مركزه F و زاويته 90° و في الاتجاه المباشر هي النقطة G .

2 - لدينا المثلث IFJ متساوي الساقين رأسه F و $\widehat{IFJ} = 90°$.

إذن صورة J بالدوران السابق هي I .

لدينا صورة E هي G و صورة J هي I .

إذن صورة [EJ] هي [GI] .

بما أن الدوران يحفظ المسافات . إذن : **EJ = GI** .

المسألة

نضع x الأجرة الشهرية لهذا البائع و y الأرباح الشهرية .

لدينا : $x = 15000 + \frac{10}{100}y$

1 - نعلم أن : $y = 50000$.

إذن :

$$x = 15000 + \frac{10}{100} \times 50000$$
$$= 20000$$

و بالتالي : **الأجرة الشهرية هي : 20000_{DA} دينار جزائري .**

إذا بلغت الأرباح : 50000_{DA} دينار جزائري .

2 - لدينا : $x = 15000 + \frac{10}{100}y$ و $x = 18000$.

إذن : $\frac{10}{100}y = 18000 - 15000 = 3000$ أي : $y = 3000$.

و بالتالي : **بلغت الأرباح : 30000_{DA} دينار جزائري .**

إذا كانت أجرته الشهرية : 18000_{DA} دينار جزائري .

الموضوع الخامس 5 — الحلول

التمرين الأول (الجذور التربيعية)

1 ـ كتابة العدد $\sqrt{72}$ على الشكل $a\sqrt{2}$.

لدينا : $72 = 36 \times 2$.

إذن : $\sqrt{72} = \sqrt{36\times2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6 \times \sqrt{2}$

و بالتالي : $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

2 ـ كتابة العدد $4\sqrt{72} - 3\sqrt{50} + 2\sqrt{32}$ على الشكل $b\sqrt{2}$.

لدينا : $4\sqrt{72} = 4\times6\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$.

و $\sqrt{50} = \sqrt{25\times2} = \sqrt{25}\times\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

و $\sqrt{32} = \sqrt{16\times2} = \sqrt{16}\times\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

إذن : $4\sqrt{72} - 3\sqrt{50} + 2\sqrt{32} = 4(6\sqrt{2}) - 3(5\sqrt{2}) + 2(4\sqrt{2})$

$= 24\sqrt{2} - 15\sqrt{2} + 8\sqrt{2}$

$= (24-15+8)\sqrt{2}$

$= 17\sqrt{2}$

إذن : $4\sqrt{72} - 3\sqrt{50} + 2\sqrt{32} = 17\sqrt{2}$.

التمرين الثاني (الإحصاء)

1 ـ حساب التكرار الكلي لهذه السلسلة :

لدينا : $15+7+13 = 35$. إذن التكرار الكلي لهذه السلسلة هو 35 .

عدد التلاميذ الذين اقترحوا نتيجة للمقابلة هو 35 .

2 ـ حساب تواتر كل قيمة و التواترات المجمعة الصاعدة ز

نلخص النتائج في الجدول التالي :

النتائج	1	×	2
التكرارات	15	7	13
التواترات	$\frac{15}{35}$	$\frac{7}{35}$	$\frac{13}{35}$
التواترات المجمعة الصاعدة	$\frac{15}{35}$	$\frac{22}{35}$	1

التمرين الثالث (الدوال الخطية)

1 - تعيين الدالتين f و g .

● بما أن f دالة خطية فإن f معرفة كما يلي : $f(x) = ax$.

التمثيل البياني (d) للدالة f يشمل $A(3;3)$.

إذن : $f(3) = 3$ أي $a \times 3 = 3$ و بالتالي : $a = 1$.

ينتج أن : **الدالة الخطية f معرفة كما يلي : $f(x) = x$** .

● نعلم أن الدالة g دالة تآلفية

و نعلم أن التمثيل البياني (T) للدالة g يشمل $B(5;-3)$ و $C(2;-4)$.

إذن : $g(5) = -3$ و $g(2) = -4$.

الدالة g معرفة كما يلي : $g(x) = mx + p$.

حيث :

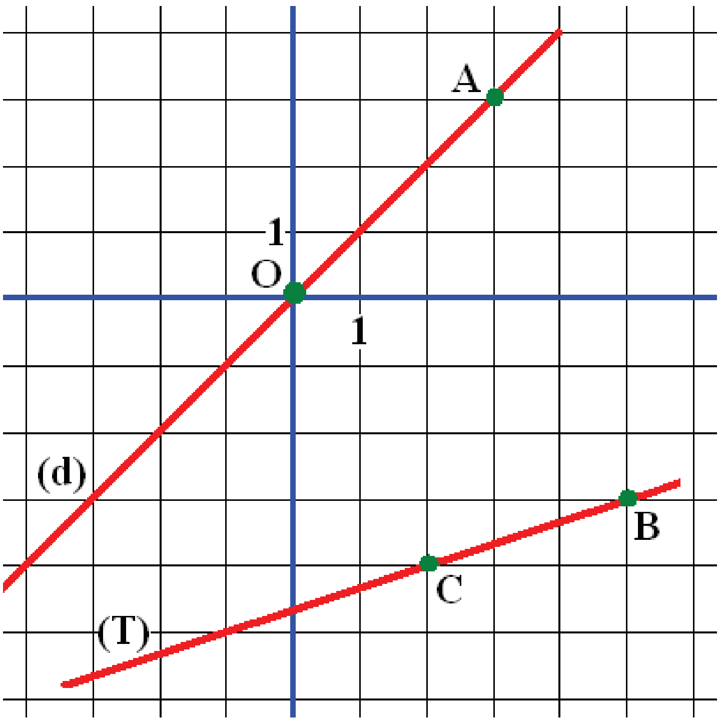
$$m = \frac{g(5) - g(2)}{5 - 2} = \frac{-3 - (-4)}{3} = \frac{1}{3}$$

و $g(5) = -3$ أي $m \times 5 + p = -3$.

أي : $\frac{5}{3} + p = -3$ إذن : $p = -\frac{14}{3}$.

و بالتالي : الدالة التآلفية g معرفة كما يلي : $g(x) = \frac{1}{3}x - \frac{14}{3}$

2 - تعليم النقط A , B و C . لاحظ الشكل التالي :



3 - رسم (d) و (T) .

(d) يشمل المبدأ O

و النقطة $A(3;3)$

إذن (d) هو المستقيم (OA)

(T) يشمل النقطتين B و C

إذن (T) هو المستقيم (BC) .

التمرين الرابع (المعالم)

1 - حساب الأعداد $AC^2 ; BC^2 ; AB^2$.

لدينا : $BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2$

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

$= (5-3)^2 + (-3-3)^2 = 4 + 36 = 40$

إذن : **$AB^2 = 40$** .

لدينا : $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

$= (2-5)^2 + (-4+3)^2 = 9 + 1 = 10$

إذن : **$BC^2 = 10$** .

لدينا : $AC^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2$

$= (2-3)^2 + (-4-3)^2 = 1 + 49 = 50$

إذن : **$AC^2 = 50$** .

2 - استنتاج طبيعة المثلث ABC .

لدينا : $AB^2 + BC^2 = AC^2$ أي : $(40 + 10 = 50)$.

إذن : **المثلث ABC قائم في B** .

المسألة

نضع x عدد كريات رضا و y عدد كريات سمير ؛ حيث x و y عددان طبيعيان

لدينا : $x + 6 = y -6$ و $x + 10 = (y -10)2$.

لتعيين x و y نحل الجملة :

$$\begin{cases} x + 10 = (y -10)2 \\ x + 6 = y -6 \end{cases}$$

أي :

$$\begin{cases} x - y = -12 \\ x - 2y = -30 \end{cases}$$

بالطرح طرف لطرف المعادلتين نجد : $y = 18$.

بتعويض y بالعدد 18 في المعادلة الأولى نجد : $x = 6$.

و بالتالي : **عند رضا 6 كريات و عند سمير 18 كرية** .

الموضوع السادس 6 الحلول

التمرين الأول (الأعداد الطبيعية)

1 - تعيين القاسم المشترك الأكبر للعددين 102 و 119 .

نستعمل خوارزمية إقليدس .

لدينا : $119 = 102 \times 1 + 17$

$102 = 17 \times 6 + 0$

ينتج أن القاسم المشترك الأكبر للعددين 102 و 119 هو 17 .

إذن : $\mathbf{d = 17}$.

2 - حساب العددين $\frac{102}{d}$ و $\frac{119}{d}$

لدينا : $\frac{102}{d} = \frac{102}{17} = 6$ و $\frac{119}{d} = \frac{119}{17} = 7$

1 هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 7 و 6 .

و بالتالي : العددان $\frac{102}{d}$ و $\frac{119}{d}$ أوليان فيما بينهما .

التمرين الثاني (الجذور التربيعية)

1 - حساب العدد : $B = \left(\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)^2 - 4$

لنحسب العدد : $\left(\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)^2$

لدينا : $\left(\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + 2\sqrt{3}\times\sqrt{6} + \left(\sqrt{6}\right)^2$

$= 3 + 2\sqrt{3}\sqrt{3}\times\sqrt{2} + 6 = 9 + 2\times 3\sqrt{2} = 9 + 6\sqrt{2}$

إذن : $\left(\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)^2 = 9 + 6\sqrt{2}$

ينتج أن : $B = \left(\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)^2 - 4 = 9 + 6\sqrt{2} - 4 = 5 + 6\sqrt{2}$

أي : $B = 5 + 6\sqrt{2}$

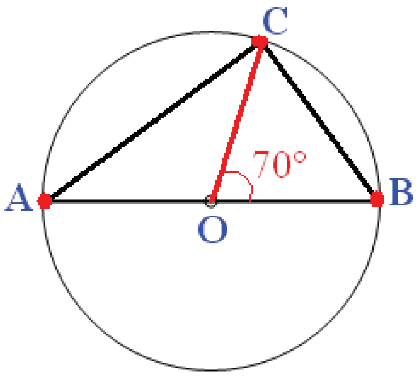
2 - حساب B^2 . $B^2 = \left(5+6\sqrt{2}\right)^2 = 5^2 + 2\times 5\times 6\sqrt{2} + \left(6\sqrt{2}\right)^2$

$= 25 + 60\sqrt{2} + 72 = 97 + 60\sqrt{2}$

و بالتالي : $B^2 = 97 + 60\sqrt{2}$

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

التمرين الثالث (حساب المثلثات في مثلث قائم)



1 - إنجاز الرسم .

2 - $[AB]$ قطر ؛ و C نقطة من دائرة .

إذن : $\widehat{ACB} = 90°$. المثلث ACB قائم في C .

3 - لدينا المثلث OBC متساوي الساقين

رأسه الأساسي O . إذن : $\widehat{OCB} = \widehat{OBC}$

$2\ \widehat{OBC} + 70° = 180°$ أي $\widehat{OBC} = 55°$.

في المثلث القائم ABC ، لدينا : $\cos\widehat{B} = \frac{BC}{AB}$ أي $\cos 55° = \frac{BC}{4}$.

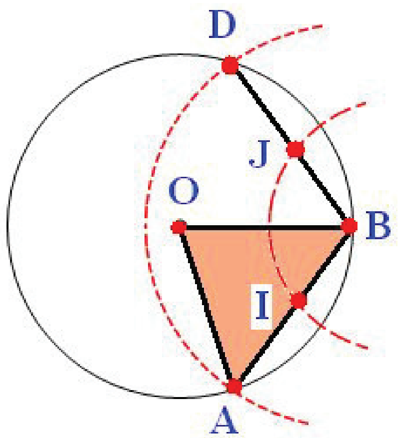
إذن : $BC = 4\cos 55°$ أي $BC \approx 4 \times 0.57$ أي $BC \approx 2.28$ cm بتقريب 0.01cm .

4 - $\sin\widehat{B} = \frac{AC}{AB}$ أي $\sin 55° = \frac{AC}{4}$.

و بالتالي : $AC = 4 \times \sin 55°$

لدينا : $\sin 55° \approx 0.82$. أذن : $AC \approx 3.28$ cm .

التمرين الرابع (الدوران)



1 - لدينا $OA = OB$.

صورة A بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\widehat{AOB}$

في الاتجاه المباشر هي النقطة B .

إذا كانت D هي صورة B فإن : $OB = OD$.

إذن : D نقطة من الدائرة $(\mathscr{C})$.

و بالتالي : **صورة الوتر [AB] هو الوتر [BD]** .

لدينا : $BD = AB$.

للحصول على D يكفي رسم قوس دائرة مركزها B .

و نصف قطرها طول $[AB]$ أي 3 cm .

2 - صورة منتصف قطعة بدوران هي منتصف صورة هذه القطعة .

إذا كانت J صورة I بالدوران السابق فإن : J هي منتصف صورة $[AB]$.

أي J هي منتصف $[BD]$.

ننشئ النقطة J بحيث BJ = BI .

المسألة

نضع x ثمن المجلة الواحدة و b تكاليف إرسالها .

حيث : $x > 0$ و $b > 0$.

لدينا $290 = 3x + b$ و $450 = 5x + b$.

لتعيين x و b نحل الجملة

$$\begin{cases} 450 = 5x + b \\ 290 = 3x + b \end{cases} \quad \text{أي} \quad \begin{cases} 5x + b = 450 \\ 3x + b = 290 \end{cases}$$

بطرح طرفي المعادلتين طرف لطرف نجد : $2x = 160$ أي $x = 80$.

بتعويض x بالعدد 80 في إحدى المعادلتين نجد : $b = 50$.

إذن : ثمن المجلة الواحدة هو 80_{DA} دينار جزائري .

و تكاليف الإرسال هي : 50_{DA} دينار جزائري .

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

الموضوع السابع 7 الحلول

التمرين الأول (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد)

1 - نشر و تبسيط العبارة A .

لدينا : $A = (x-5)(x+12)$

$= x^2 + 12x - 5x - 60$

$= x^2 + 7x - 60$

و بالتالي : $\mathbf{A = x^2 + 7x - 60}$.

2 - حل المعادلة $x^2 + 7x - 60 = 0$

لدينا : $x^2 + 7x - 60 = 0$ يعني : $(x-5)(x+12) = 0$.

أي : $x - 5 = 0$ أو $x + 12 = 0$.

لدينا : $x - 5 = 0$ إذن : $x = 5$.

و لدينا : $x + 12 = 0$ إذن : $x = -12$.

ينتج أن : **المعادلة $x^2 + 7x - 60 = 0$ تقبل حلين هما : 5 و 12 -** .

3 - تعيين x علما أن المثلث قائم و وتره 13 cm .

طول وتر المثلث القائم هو 13 .

إذن : $x^2 + (x+7)^2 = 13^2$ (حسب نظرية فيثاغورث) .

لتعيين x نحل المعادلة : $x^2 + (x+7)^2 = 13^2$.

$x^2 + (x+7)^2 = 13^2$ يعني : $x^2 + x^2 + 14x + 49 = 169$.

أي : $2x^2 + 14x - 120 = 0$ أي : $x^2 + 7x - 60 = 0$.

حسب السؤال 2 نحصل على : $x = 5$ أو $x = -12$.

بما أن x عدد موجب فإن : $x = 5$.

و بالتالي : **أضلاع المثلث هي : 5 cm ؛ 12 cm و 13 cm** .

التمرين الثاني (الدوال الخطية ـ التناسبية)

1 - حساب $f(0.5)$ ؛ $f(-2)$ ؛ $f(\frac{2}{3})$.

معامل الدالة الخطية f هو -1.5 ، إذن الدالة f معرفة كما يلي: $f(x) = -1.5x$.

لدينا : $f(0.5) = (-1.5) \times (0.5) = -0.75$.

إذن : $\mathbf{f(0.5) = -0.75}$.

لدينا : $f(-2) = (-1.5) \times (-2) = 3$.

إذن : $\mathbf{f(-2) = 3}$.

لدينا :

$$f(\frac{2}{3}) = (-1.5) \times (\frac{2}{3})$$

$$= (-\frac{3}{2}) \times (\frac{2}{3}) = -1$$

إذن : $f(\frac{2}{3}) = -1$.

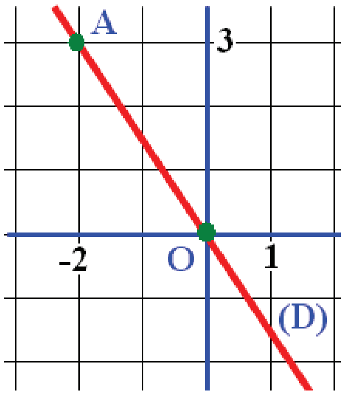
2 - حساب العدد الذي صورته بالدالة f هي -2 .

العدد الذي صورته -2 هو x بحيث : $f(x) = -2$.

$f(x) = -2$ يعني : $-1.5x = -2$ أي : $-\frac{3}{2}x = -2$.

و بالتالي : $x = \frac{4}{3}$.

ينتج أن : **العدد الذي صورته هي -2 بالدالة f هو العدد $\frac{4}{3}$** .



3 - رسم التمثيل البياني (D) .

(D) هو المستقيم الذي يشمل النقطة O .

و النقطة $A(-2 ; 3)$.

التمرين الثالث (حساب المثلثات في المثلث القائم)

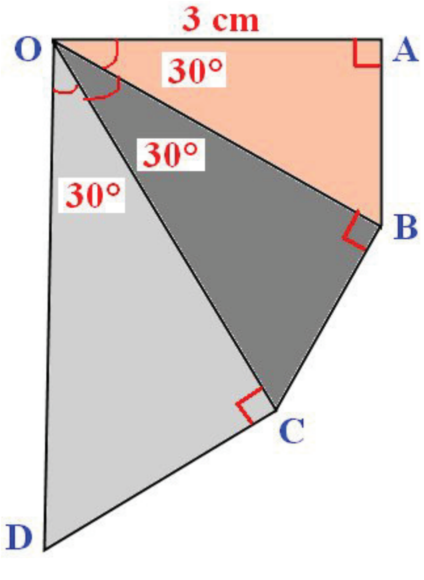
1 - لدينا : $\cos\widehat{AOB} = \frac{OA}{OB}$ بالتالي : $OB = \frac{OA}{\cos 30°} = \frac{3}{\cos 30°}$.

و لدينا : $\cos\widehat{BOC} = \frac{OB}{OC}$. إذن : $OC = \frac{OB}{\cos 30°}$.

أي : $OC = \frac{3}{\cos 30°} \times \frac{1}{\cos 30°}$.

أي : $OC = \frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}}$.

ينتج أن : **OC = 4 cm** .



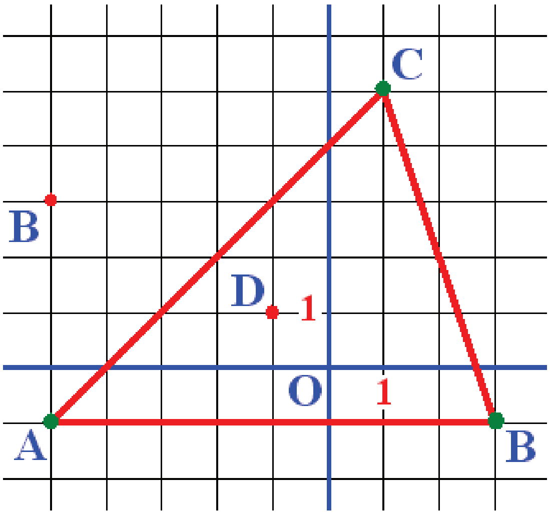
2 - لدينا : $\cos\widehat{COD} = \frac{OC}{OD}$.

و $OD = \frac{OC}{\cos 30°}$.

إذن : $OD = 4 \times \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \approx 4.61$

أي : **OD ≈ 4.6 cm** .

التمرين الرابع (المعالم)



1 - تعليق النقط A , B , C (لاحظ الشكل) .

2 - نبرهن أن $D(-1\ ;\ 1)$ هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

حساب الأطوال DA , DB , DC .

لدينا : $DA=\sqrt{(x_A-x_D)^2+(y_A-y_D)^2}$

$DA=\sqrt{(-5+1)^2+(-1-1)^2}$

$=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

إذن : **$DA=2\sqrt{5}$** .

لدينا : $DB=\sqrt{(x_B-x_D)^2+(y_B-y_D)^2}=\sqrt{(3+1)^2+(-1-1)^2}$

$=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

إذن : **$DB=2\sqrt{5}$** .

لدينا : $DC=\sqrt{(x_C-x_D)^2+(y_C-y_D)^2}=\sqrt{(1+1)^2+(5-1)^2}$

$=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

إذن : **$DC=2\sqrt{5}$** .

نلاحظ أن : $DA=DB=DC$

إذن D مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

3 - تعيين 'B نظيرة B بالنسبة إلى المركز D يعني D منتصف [BB'] .

إذن : $x_D=\dfrac{x_{B'}-x_B}{2}$ و $y_D=\dfrac{y_{B'}-y_B}{2}$ إذن : $-1=\dfrac{x_{B'}+3}{2}$ و $1=\dfrac{y_{B'}-1}{2}$

إذن : $x_{B'}=-5$ و $y_{B'}=3$. أي : **$B'(-5\ ;\ 3)$** .

المسألة

1 - لدينا : $7.28\ m=728\ cm$ و $9.75\ m=975\ cm$

حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 728 و 975 .

لدينا : $975=728\times1+247$

$728=247\times2+234$

$247=234\times1+13$

$234=13\times18+0$

إذن : **$Pgcd\ (728\ ;\ 975)=13$**

لدينا : $728=13\times56$ و $975=13\times75$

إذن : **يمكن استعمال بلاطات مربعة ضلعها 13 cm و هو أصغر ضلع ممكن** .

2 - عدد البلاطات وفق الطول هو 75 و وفق العرض هو 56 .

إذن عدد البلاطات اللازمة هو 75×56 أي **4200 بلاطة** .

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

الموضوع الثامن 8 الحلول

التمرين الأول (جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين)

باستعمال طريقة الجمع نحل الجملة :

$$\begin{cases} \sqrt{2}\,x + \sqrt{3}\,y = 5 \\ \sqrt{3}\,x + \sqrt{2}\,y = 2\sqrt{6} \end{cases}$$

أي الجملة :

$$\begin{cases} (\sqrt{2}x + \sqrt{3}y)\times\sqrt{2} = 5\times\sqrt{2} \\ (\sqrt{3}x + \sqrt{2}y)\times(-\sqrt{3}) = 2\sqrt{6}\times(-\sqrt{3}) \end{cases}$$

بعد التبسيط نجد :

$$\begin{cases} 2x + \sqrt{6}y = 5\sqrt{2} \\ -3x - \sqrt{6}y = -6\sqrt{2} \end{cases}$$

بجمع طرفا لطرف المعادلتين نجد :

$$(2x + \sqrt{6}y) + (-3x - \sqrt{6}y) = 5\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$$

و بعد تبسيط هذه المعادلة نجد : $-x = -\sqrt{2}$ أي $x = \sqrt{2}$.

نعوض x بالعدد $\sqrt{2}$ في المعادلة $\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5$

و نجد : $\sqrt{2}(\sqrt{2}) + \sqrt{3}y = 5$

أي : $2 + \sqrt{3}y = 5$ أي : $\sqrt{3}y = 3$

إذن : $y = \dfrac{3}{\sqrt{3}}$ أي : $y = \sqrt{3}$

ينتج أن : الجملة : $\begin{cases} \sqrt{2}\,x + \sqrt{3}\,y = 5 \\ \sqrt{3}\,x + \sqrt{2}\,y = 2\sqrt{6} \end{cases}$ تقبل حلا واحدا هو : $(\sqrt{2}\,;\sqrt{3})$

التمرين الثاني (الدوال التآلفية)

1 - معاملا الدالة f هما : 4 و $-\dfrac{1}{2}$ ، و معاملا الدالة g هما : -2 و $\dfrac{5}{2}$.

2 - صورة العدد O بالدالة f هي : $f(0)$.

$$f(0) = 4\times0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

إذن : $\boldsymbol{f(0) = -\frac{1}{2}}$

صورة العدد O بالدالة g هي : $g(0)$.

$$g(0) = -2\times0 + \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$$

إذن : $\boldsymbol{g(0) = \frac{5}{2}}$

3 - حل المعادلة : $f(x) = g(x)$.

$f(x) = g(x)$ يعني : $4x - \dfrac{1}{2} = -2x + \dfrac{5}{2}$

أي : $4x + 2x = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}$ أي : $6x = 3$

إذن : $x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

و بالتالي : **المعادلة : $f(x) = g(x)$ تقبل حلا واحدا هو $\frac{1}{2}$**

التفسير البياني : العدد $\frac{1}{2}$ هو فاصلة نقطة تقاطع التمثيل البياني للدالة f و التمثيل البياني للدالة g .

ترتيب هذه النقطة هو $f\left(\frac{1}{2}\right)$ و هو أيضا $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

لدينا : $f(\frac{1}{2}) = 4 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

و بالتالي : **المستقيمان (T) و (d) يتقاطعان في النقطة : $C\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$.**

4 - رسم (d) و (T) .

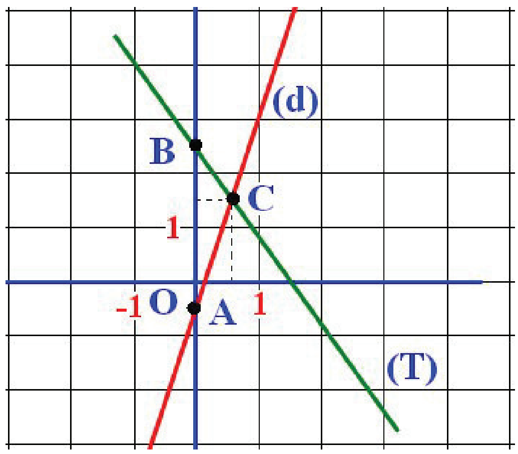
النقطة $A\left(0;-\frac{1}{2}\right)$ تنتمي إلى (d) .

النقطة $B\left(0;\frac{5}{2}\right)$ تنتمي إلى (T) .

النقطة $C\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ تنتمي إلى (d) و (T) .

(d) هو المستقيم (AC) .

و (T) هو المستقيم (BC) .



التمرين الثالث (حساب المثلثات في المثلث القائم)

1 - لدينا : $\cos\widehat{EOD} = \frac{OD}{OE}$ و $\cos\widehat{DOC} = \frac{OC}{OD}$ و $OE = 4\text{ cm}$.

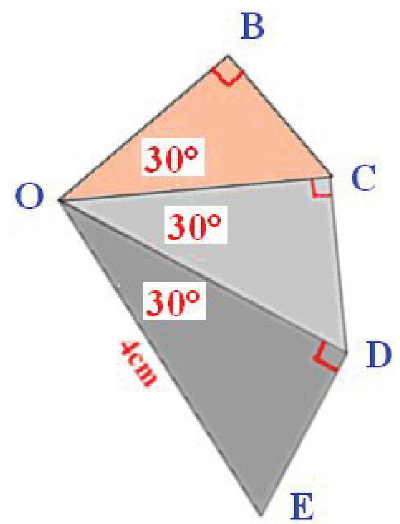
إذن : $OD = OE \times \cos\widehat{EOD}$. و بالتالي : $\cos\widehat{DOC} = \frac{OC}{OE \times \cos\widehat{EOD}}$

ينتج أن : $OC = \cos\widehat{DOC} \times \cos\widehat{EOD} \times OE$

إذن : $OC = \cos 30° \times \cos 30° \times 4$.

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 3$

أي : **$OC = 3\text{ cm}$** .



2 - لدينا : $\cos \widehat{COB} = \frac{OB}{OC}$

إذن : $OB = OC \times \cos \widehat{COB}$

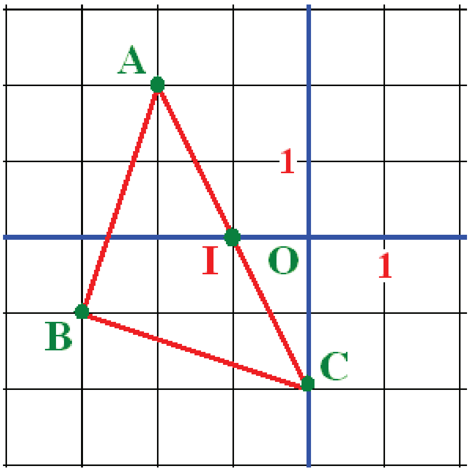
أي : $OB = OC \times \cos 30°$.

أي : $OB = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

ينتج أن : **$OB \approx 2.6$ cm** .

التمرين الرابع (المعالم)

1 - البرهان على أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين .
تعليم النقط A , B و C
و رسم المثلث ABC . (الشكل)



حساب الأطوال AB ; AC ; BC .

- لدينا : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
$= \sqrt{(-3+2)^2 + (-1-2)^2}$
$= \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{10}$

إذن : **$AB = \sqrt{10}$** .

- لدينا : $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$
$= \sqrt{(0+2)^2 + (-2-2)^2}$
$= \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

إذن : **$AC = 2\sqrt{5}$** .

- لدينا : $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$
$= \sqrt{(0+3)^2 + (-2+1)^2}$
$= \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

إذن : **$BC = \sqrt{10}$** .

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

نلاحظ أن : $AB = BC$. إذن : **المثلث ABC متساوي الساقين** .

- حساب : AB^2 ; AC^2 ; BC^2 .

لدينا : $AB^2 = 10$; $AC^2 = 20$; $BC^2 = 10$.

نلاحظ أن : $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

ينتج حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث أن : **المثلث ABC قائم في B** .

2 - تعيين إحداثيتي I مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

بما أن المثلث ABC قائم في B فإن مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث هو منتصف الوتر [AC] .

لدينا : $x_I = \dfrac{x_A+x_C}{2} = \dfrac{-2+0}{2} = -1$

و $y_I = \dfrac{y_A+y_C}{2} = \dfrac{2-2}{2} = 0$

إذن : **I(-1 ; 0) هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC** .

المسألة

نضع x عدد السنوات التي يصبح بعدها عمر الأم ضعف عمر ابنها .

حيث : x عدد طبيعي .

لإيجاد x نحل المعادلة : $28 + x = 2(6+x)$

$28 + x = 2(6+x)$ يعني : $28 + x = 12 + 2x$

ينتج أن : $x = 16$.

و بالتالي يصبح عمر الأم ضعف عمر ابنها بعد 16 سنة .

لدينا : $28 + 16 = 44$ و $6 + 16 = 22$

و بالتالي **بعد 16 سنة يكون عمر الأم 44 سنة و عمر الابن 22 سنة** .

الموضوع التاسع 9 — الحلول

التمرين الأول (الجذور التربيعية)

1 - • لدينا :

$$a = 2\left(1+\sqrt{3}\right)^2 - 2\sqrt{3}+6$$
$$= 2\left(1+2\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2\right)-2\sqrt{3}+6$$
$$= 2\left(1+3+2\sqrt{3}\right)-2\sqrt{3}+6$$
$$= 2\left(4+2\sqrt{3}\right)-2\sqrt{3}+6$$
$$= 8+4\sqrt{3}-2\sqrt{3}+6$$
$$= 14+2\sqrt{3}$$

إذن : $a = 14+2\sqrt{3}$

• لدينا :

$$b = 4\sqrt{3}\left(1+\sqrt{3}\right)$$
$$= 4\sqrt{3}+4\sqrt{3}\times\sqrt{3}$$
$$= 4\sqrt{3}+4\times 3$$
$$= 12+4\sqrt{3}$$

إذن : $b = 12+4\sqrt{3}$

2 - • لدينا :

$$\frac{a}{b} = \frac{14+2\sqrt{3}}{12+4\sqrt{3}} = \frac{2\left(7+\sqrt{3}\right)}{2\left(6+2\sqrt{3}\right)}$$
$$= \frac{7+\sqrt{3}}{6+2\sqrt{3}} = \frac{\left(7+\sqrt{3}\right)\left(6-2\sqrt{3}\right)}{\left(6+2\sqrt{3}\right)\left(6-2\sqrt{3}\right)}$$
$$= \frac{42-14\sqrt{3}+6\sqrt{3}-2\times\left(\sqrt{3}\right)^2}{6^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2}$$
$$= \frac{42-8\sqrt{3}-6}{36-12} = \frac{36-8\sqrt{3}}{24}$$
$$= \frac{4\left(9-2\sqrt{3}\right)}{4\times 6} = \frac{9-2\sqrt{3}}{6}$$

إذن : $\frac{a}{b}=\frac{9-2\sqrt{3}}{6}$

التمرين الثاني (الدوال الخطية ـ التناسبية)

1 ـ **معامل الدالة الخطية f هو $\sqrt{3}$** .

2 ـ تعيين صورة الأعداد :

● صورة $\sqrt{3}$ هي : $f(\sqrt{3})$ أي : $f(\sqrt{3})=\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$.

إذن : $f(\sqrt{3})=3$.

● صورة $\frac{1}{\sqrt{3}}$ هي : $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ أي : $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=1$.

إذن : $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=1$.

● صورة 1 هي : $f(1)$ أي : $f(1)=\sqrt{3}\times1=\sqrt{3}$.

إذن : $f(1)=\sqrt{3}$.

● صورة 3 هي : $f(3)$ أي : $f(3)=\sqrt{3}\times3=3\sqrt{3}$.

إذن : $f(3)=3\sqrt{3}$.

3 ـ تعيين سوابق الأعداد :

● سابقة $\sqrt{2}$ هي العدد x بحيث : $f(x)=\sqrt{2}$.

$f(x)=\sqrt{2}$. يعني : $x\sqrt{3}=\sqrt{2}$.

إذن : $x=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$.

و بالتالي : سابقة $\sqrt{2}$ هي $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

● سابقة $\frac{1}{\sqrt{2}}$ هي العدد x بحيث : $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}$ يعني : $x\sqrt{3}=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

إذن : $x=\frac{1}{\sqrt{6}}$ أي : $x=\frac{\sqrt{6}}{6}$.

و بالتالي : سابقة $\frac{1}{\sqrt{2}}$ هي : $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

● سابقة 3- هي العدد x بحيث : $f(x)=-3$.

$f(x)=-3$ يعني : $\sqrt{3}x=-3$

إذن : $x=-\frac{3}{\sqrt{3}}=-\sqrt{3}$.

و بالتالي : سابقة 3- هي : $-\sqrt{3}$.

التمرين الثالث (الإحصاء)

1 - حساب معدل علامات ليلى في الرياضيات :

عدد العلامات هو 8 . (أي التكرار الكلي لهذه السلسلة هو 8) .

معدل العلامات هو الوسيط $\overline{x}$ لهذه السلسلة .

تكرار كل قيمة يبينه الجدول التالي :

العلامة	7	9	10	12	13	14
التكرار	1	1	2	1	1	2

إذن : $\overline{x}=\frac{7\times1+9\times1+10\times2+12\times1+13\times1+14\times2}{8}$

إذن : $\overline{x}=\frac{89}{8}$ أي : $\overline{x}\approx11.13$.

و بالتالي : معدل علامات ليلى هو : 11.13 .

2 - حساب وسيط السلسلة .

عدد القيم زوجي و وسيط السلسلة هو وسيط القيمتين المركزيتين . القيمتان المركزيتان هما 10 و 12 .

وسيط القيمتين 10 و 12 هو : $\frac{10+12}{2}$ أي : 11 .

إذن : **وسيط السلسلة هو 11** .

التمرين الرابع (الخاصية طالس)

1 - نختار نقطة E من (Δ_1) بحيث $AE=2$ و F نقطة من (Δ_2) بحيث : $BF=3$. المستقيم (EF) يقطع القطعة $[AB]$ في M .

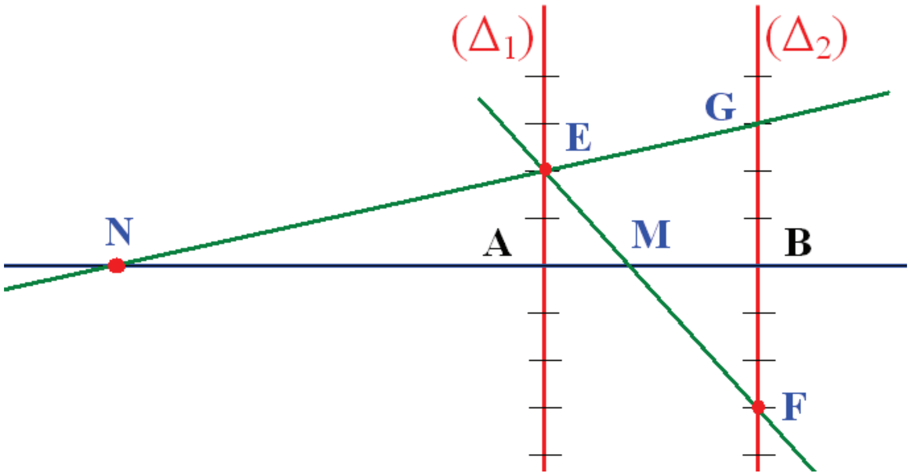
نحصل على مثلثين MAE و MBF في وضعية طالس .

ينتج أن : $\frac{2}{3}=\frac{AE}{BF}=\frac{MA}{MB}$.

إذن : النقطة M المحصل عليها هي النقطة الوحيدة من $[AB]$
بحيث : $\frac{MA}{MB}=\frac{2}{3}$.

2 - للحصول على النقطة N ، نعين النقطة G نظيرة F بالنسبة إلى B .
المستقيم (EG) يقطع المستقيم (AB) في N .
المثلثان NAE و NBG في وضعية طالس إذن : $\frac{NA}{NB}=\frac{AE}{BG}$
أي : $\frac{NA}{NB}=\frac{2}{3}$.

إذن : النقطة N هي النقطة الوحيدة من (AB) التي تختلف عن M
و تحقق : $\frac{NA}{NB}=\frac{2}{3}$.



المسألة

حساب $p\gcd(108;81)$.
نستعمل خوارزمية إقليدس .
لدينا : $108=81\times1+27$ و $81=27\times3+0$.
إذن : $p\gcd(108;81)=27$.

بما أن : $p\gcd(108;81)=27$.
فإن أكبر ضلع للمربع هو $27\ cm$.
لدينا : $81=27\times3$ و $108=27\times4$.

إذن يمكن تقطيع 3 مربعات وفق عرض الصفيحة و 4 مربعات وفق طول الصفيحة .
و بالتالي : **عدد المربعات التي يمكن تقطيعها هو 4×3 أي 12 مربعا** .

الموضوع العاشر 10 الحلول

التمرين الأول (الحساب الحرفي ـ المتطابقات الشهيرة)

1 - ● تحليل العبارة E .

لدينا : $E=(3x-2)^2-(x+1)(3x-2)$

$(3x-2)$ عامل مشترك . $=(3x-2)\left[(3x-2)-(x+1)\right]$

$=(3x-2)(3x-2-x-1)$

و بالتالي : $E=(3x-2)(2x-3)$.

● تحليل العبارة F . $F=(5x-3)^2+4(25x^2-9)$

لدينا : $25x^2-9=(5x)^2-3^2=(5x-3)\times(5x+3)$

إذن : $F=(5x-3)^2+4(25x^2-9)$

$=(5x-3)^2+4(5x-3)(5x+3)$

$=(5x-3)\left[(5x-3)+4(5x+3)\right]$

$=(5x-3)(25x+9)$

و بالتالي : $F=(5x-3)(25x+9)$.

2 - ● حساب قيمة E من أجل $x=\frac{3}{2}$.

نعوض x بالعدد $\frac{3}{2}$ في E فينتج : $E=\left(2\times\frac{3}{2}-2\right)\left(2\times\frac{3}{2}-3\right)$

أي $E=\left(2\times\frac{3}{2}-2\right)\times 0=0$ ، ينتج أن : $E=0$ من أجل $x=\frac{3}{2}$.

● حساب قيمة F من أجل : $x=\frac{3}{5}$.

نعوض x بالعدد $\frac{3}{5}$ في F فينتج : $F=\left(5\times\frac{3}{5}-3\right)\left(25\times\frac{3}{5}+9\right)$

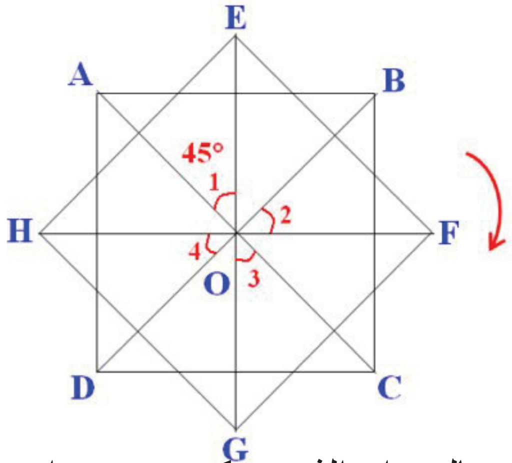
أي $F=0\times\left(25\times\frac{3}{5}+9\right)=0$. إذن : $F=0$

من أجل $x=\frac{3}{5}$.

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

التمرين الثاني (الدوران)

1 - ● النقط E, F, G و H هي صور النقط A, B, C و D على الترتيب بالدوران المذكور .



إذن : $OE = OA$

$OF = OB$

$OG = OC$

$OH = OD$

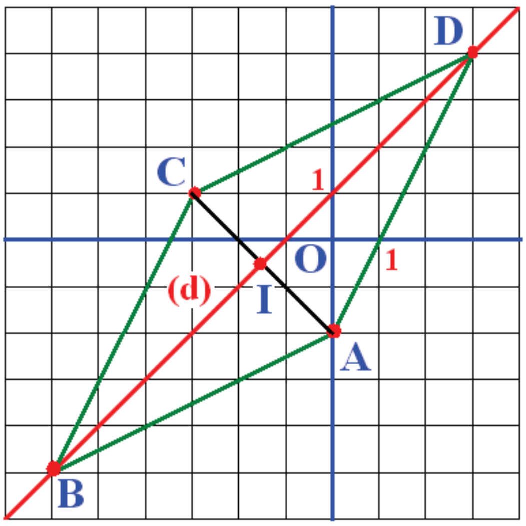
و $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = \hat{O}_4 = 45°$

(لاحظ النقط E, F, G و H على الشكل المقابل) .

2 - ● $EFGH$ هو صورة المربع $ABCD$ بالدوران الذي مركزه O و زاويته $45°$ و في الاتجاه غير المباشر . (أي اتجاه عقارب الساعة) .

نعلم أن الدوران يحافظ على نوع الشكل إذن : $EFGH$ هو مربع .

التمرين الثالث (المعالم)



1 - ● تعليم النقط A, B و C .

(لاحظ الشكل) .

2 - البرهان على أن المثلث ABC متساوي الساقين .

لدينا :

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$= (-6-0)^2 + (-5+2)^2$$

$$= 36 + 9 = 45$$

إذن : $AB^2 = 45$ أي : $AB = 3\sqrt{5}$.

لدينا : $BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2$

$$= (-3+6)^2 + (1+5)^2$$

$$= 9 + 36 = 45$$

إذن : $BC^2 = 45$ و بالتالي : $BC = 3\sqrt{5}$.

في المثلث ABC لدينا $AB = AC$ إذن : **المثلث ABC متساوي الساقين** .

3 - ● تعيين إحداثيتي I منتصف $[AC]$.

لدينا : $x_1 = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{0 + (-3)}{2} = -\dfrac{3}{2}$

و $y_1=\frac{y_A+y_C}{2}=\frac{-2+1}{2}=-\frac{1}{2}$

إذن إحداثيتا I هما : $\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$ أي $I\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$.

- تعيين إحداثيتي D نظيرة B بالنسبة إلى I .

D نظيرة B بالنسبة إلى I يعني I منتصف $[BD]$.

لدينا : $x_I=\frac{x_B+x_D}{2}$ أي : $-\frac{3}{2}=\frac{-6+x_D}{2}$

إذن : $-3=-6+x_D$ و بالتالي : $x_D=3$

و لدينا : $y_I=\frac{y_B+y_D}{2}$ أي : $-\frac{1}{2}=\frac{-5+y_D}{2}$

إذن : $-1=-5+y_D$ و بالتالي : $y_D=4$.

ينتج أن إحداثيتا D نظيرة B بالنسبة إلى I هما : $(3;4)$. أي : $D(3;4)$.

- تعيين طبيعة الرباعي $ABCD$.

لدينا : $AB=BC$ و $CD=DA$ و للقطرين $[AC]$ و $[BD]$ نفس المنتصف I .

إذن : **الرباعي $ABCD$ معين** .

التمرين الرابع (الدوال التآلفية)

1 - • تعيين الدالة التآلفية f .

لدينا التمثيل البياني (d) للدالة f يشمل $E\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$ و $F(-6;-5)$.

يعني : $f\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{1}{2}$ و $f(-6)=-5$.

الدالة f معرفة بعبارة من الشكل : $f(x)=ax+b$.

لدينا : $a=\frac{f(-6)-f\left(-\frac{3}{2}\right)}{-6+\frac{3}{2}}=\frac{-5+\frac{1}{2}}{-\frac{9}{2}}=\frac{-\frac{9}{2}}{-\frac{9}{2}}=1$

إذن : $a=1$.

لدينا : $f(-6)=-5$. إذن : $-6a+b=-5$.

و بالتالي : $(-6)\times1+b=-5$. ينتج : $b=1$.

الدالة f معرفة كما يلي : $f(x)=x+1$.

2 - • صورة العدد -1 هي : $f(-1)$. لدينا : $f(-1)=-1+1=0$.

إذن : $f(-1)=0$.

3 - • تعيين العدد الذي صورة بالدالة f هي : -1 .

نبحث عن x حيث : $f(x)=-1$.

$f(x)=-1$. يعني : $x+1=-1$. إذن : $a=-2$.

ينتج أن : $f(-2)=-1$.

المسألة

نضع x ثمن الكيلوغرام الواحد من البطاطا و y ثمن الكيلوغرام الواحد من الطماطم .

لدينا : $4x+3y=305$ و $2x+5y=345$.

لتعيين x و y نحل الجملة : $\begin{cases}4x+3y=305\\2x+5y=345\end{cases}$.

نستعمل طريقة الجمع : لدينا : $\begin{cases}4x+3y=305\\2x+5y=345\end{cases}$.

يعني : $\begin{cases}4x+3y=305\\-2(2x-5y)=-2(345)\end{cases}$.

أي : $\begin{cases}4x+3y=305\\-4x-10y=-690\end{cases}$.

بجمع طرفا لطرف المعادلتين نجد : $-7y=-385$.

و بالتالي : $y=\dfrac{-385}{-7}$. أي : $y=55$.

بتعويض y بالعدد 55 في المعادلة $4x+3y=305$ نجد: $4x+165=305$.

أي : $4x=140$ إذن : $x=\dfrac{140}{4}$ أي : $x=35$.

و بالتالي الجملة : $\begin{cases}4x+3y=305\\2x+5y=345\end{cases}$ تقبل حلا واحدا هو $(35;55)$.

إذن ثمن الكيلوغرام الواحد من البطاطا هو 35 دينارا .
و ثمن الكيلوغرام الواحد من الطماطم هو 55 دينارا .

الموضوع الحادي عشر 11 — الحلول

التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة)

1 - حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 3468 و 1020 .

نستعمل خوارزمية إقليدس .

لدينا :

$$3468 = 1020\times3+408$$
$$1020 = 408\times2+204$$
$$408 = 204\times2+0$$

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 3468 و 1020 هو 204

أي : $p\gcd(3468;1020) = 204$.

2 - اختزال الكسر $\frac{3468}{1020}$.

لدينا : $1020 = 204\times5$ و $3468 = 207\times17$.

إذن : $\frac{3468}{1020} = \frac{204\times17}{204\times5} = \frac{17}{5}$.

و بالتالي الكسر غير القابل للاختزال و الذي يساوي $\frac{3468}{1020}$ هو $\frac{17}{5}$.

التمرين الثاني (جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين)

نحل الجملة التالية : $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ -7x + 2y = 2 \end{cases}$ باستعمال طريقة الجمع .

لدينا : $\begin{cases} (2x - 3y)\times2 = -1\times2 \\ (-7x + 2y)\times3 = 2\times3 \end{cases}$ أي : $\begin{cases} 4x - 6y = -2 \\ -21x + 6y = 6 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف نجد : $(4x - 6y)+(-21x + 6y) = -2 + 6$

ينتج أن : $-17x = 4$. إذن : $x = -\frac{4}{17}$.

نعوض x بالعدد $(-\frac{4}{17})$ في المعادلة : $2x - 3y = -1$.

فنحصل على المعادلة : $2\left(\frac{-4}{17}\right) - 3y = -1$ أي $-3y = -1 + \frac{8}{17}$

أي : $-3y = -\frac{9}{17}$ إذن : $y = \frac{3}{17}$.

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

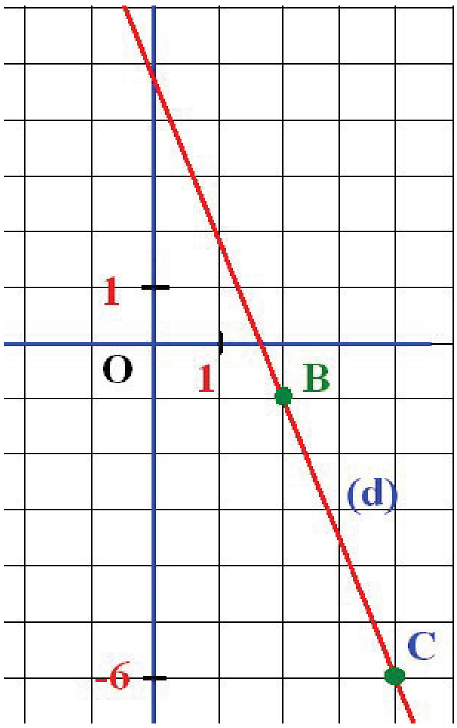
ينتج أن الجملة : $\begin{cases} 2x-3y=-1 \\ -7x+2y=2 \end{cases}$ تقبل حلا واحدا هو : $\left(-\frac{4}{17};\frac{3}{17}\right)$.

التمرين الثالث (الدوال التآلفية)

1 - لدينا : $f(-2)=-\frac{5}{2}(-2)+4=5+4=9$

إذن : $f(-2)=9$.

نلاحظ أن : $f(-2)\neq 3$. إذن : النقطة $A(-2;3)$ لا تنتمي إلى (d)



2 - لدينا : $f(2)=-\frac{5}{2}(2)+4$

$f(2)=-5+4=-1$

إذن : $f(2)=-1$.

ينتج أن : النقطة $B(2;-1)$ تنتمي إلى (d)

و لدينا : $f(4)=-\frac{5}{2}(4)+4$

$f(4)-10+4=-6$

إذن : $f(4)=-6$

ينتج أن : النقطة $C(4;-6)$ تنتمي إلى (d)

3 - تعليم النقطتين $B;C$ و رسم (d) .

التمثيل البياني (d) للدالة التآلفية f يشمل النقطتين B و C .

التمرين الرابع (الأشعة و الانسحاب)

1 - إنشاء النقطة E .

لدينا : $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{CB}$ إذن : $ACBE$ متوازي الأضلاع .

يكفي إتمام رسم متوازي الأضلاع $ACBE$.

للحصول على النقطة E ، و هي الرأس الرابع لمتوازي الأضلاع $ACBE$.

2 - $ACBE$ متوازي الأضلاع إذن :

$AC=EB$

و بما أن : $AC=AB$

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

فإن : $AB = EB$

و بالتالي :

المثلث ABE متساوي الساقين رأسه الأساسي B

3 - للرباعي $AIBJ$ ضلعان متوازيان و متقايسان هما : $[AI]$ و $[BJ]$. إذن

الرباعي $AIBJ$ متوازي الأضلاع . ينتج أن : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{JB}$.

المسألة

نضع x عدد المقابلات التي سيشاهدها مناصر لهذا الفريق في الموسم .

حسب الصيغة الأولى ، يدفع هذا المناصر $55x$ دينارا .

و حسب الصيغة الثانية ، يدفع $(600+5x)$ دينارا .

تكون الصيغة الثانية هي الأفضل إذا كان : $(600+5x) \prec 55x$.

لتعيين x نحل المتراجحة : $(600+5x) \prec 55x$.

هذه المتراجحة تبسط كما يلي : $600 \prec 05x$

و بالتالي $\frac{600}{50} \succ x$. أي : $x \succ 12$

إذن :

تكون الصيغة الثانية هي الأفضل ابتداء من 13 مقابلة يحضرها هذا المناصر .

الموضوع الثاني عشر 12 — الحلول

التمرين الأول (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد)

مساحة المثلث ABC هي : $S=\frac{1}{2}(4\times(6+x))cm^2$.

أي : $S=(12+2x)cm^2$ حيث : $x\geq 0$.

مساحة المثلث ABC أصغر من $30cm^2$ يعني : $12+2x\prec 30$.

أي : $2x\prec 18$ و بالتالي : $x\prec 9$.

إذن : تكون مساحة المثلث ABC أصغر من $30cm^2$ إذا كان : $0\leq x\prec 9$

التمرين الثاني (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد)

1 - تحليل العبارة E .

لدينا :
$$E=(3x-2)(x+2)-(9x^2-4)$$
$$=(3x-2)(x+2)-(3x-2)(3x+2)$$
$$=(3x-2)[(x+3)-(3x+2)]$$
$$=(3x-2)(x+3-3x-2)$$

إذن : $E=(3x-2)(-2x+1)$

2 - حل المعادلة : $E=0$.

$E=0$. يعني أن : $(3x-2)(-2x+1)=0$.

أي : $(3x-2)=0$ أو $(-2x+1)=0$.

$3x-2=0$ يعني : $3x=2$ إذن : $x=\frac{2}{3}$.

$-2x+1=0$ يعني : $2x=1$ إذن : $x=\frac{1}{2}$.

و بالتالي : المعادلة : $E=0$ تقبل حلين هما : $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{2}$.

التمرين الثالث (الدوال التآلفية)

1 - حساب صورة -2 و صورة 2 بالدالة f .

لدينا $f(-2)=-\frac{1}{2}(-2)+1$.

$=1+1=2$.

إذن : $f(-2)=2$.

لدينا $f(2)=-\frac{1}{2}(2)+1$.

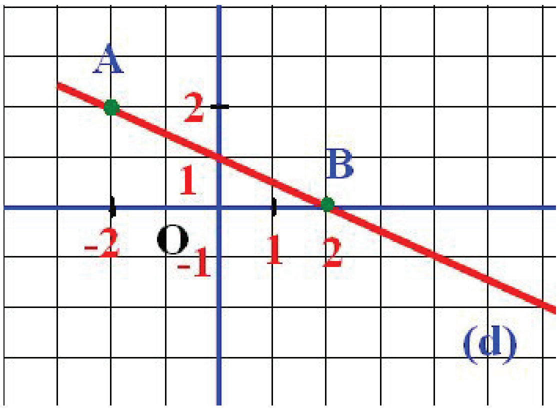
$=-1+1=0$.

إذن : $f(2)=0$.

بما أن : $f(-2)=2$ فإن : النقطة $A(-2;2)$ تنتمي إلى (d) .

بما أن : $f(2)=0$ فإن : النقطة $B(2;0)$ تنتمي إلى (d) .

2 - رسم المستقيم (d) .



المستقيم (d) هو المستقيم (AB) .

3 - لدينا : $f(1)=-\frac{1}{2}(1)+1$.

$=-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{2}$.

إذن : $f(1)=\frac{1}{2}$

بما أن : $f(1)\neq\frac{1}{3}$ فإن : النقطة $C\left(1;\frac{1}{3}\right)$ لا تنتمي إلى (d) .

التمرين الرابع (الهندسة في الفضاء ـ الكرة و الجلة ـ المقاطع المستوية)

1 - حساب الارتفاع OS حيث : $0.576=\frac{1}{3}\times1.44\times OS$.

إذن : $OS=\frac{3\times0.576}{1.44}=1.2$.

و بالتالي : ارتفاع الهرم هو : $1.2dm$.

2 - حجم جذع الهرم هو فرق حجم الهرم الأصلي و حجم الهرم المصغر .

ارتفاع الهرم المصغر هو $\frac{1}{2}OS$.

و نسبة التصغير هي نسبة الارتفاعين (أي نسبة الارتفاعين هي $\frac{1}{2}$) .

نسبة حجم الهرم المصغر على حجم الهرم الأصلي هي : $\left(\frac{1}{2}\right)^3$.

نسمي V حجم الهرم المصغر .

لينا : $\frac{V}{0.576} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

ينتج أن : $V = \frac{0.576}{8} = 0.072$.

حجم جذع الهرم هو : $0.576 - 0.072$ أي : 0.504 .

إذن : حجم جذع الهرم هو : $0.504dm^3$.

المسألة

نضع x هي مسافة الذهاب و هي أيضا مسافة الإياب . و نضع t_1 مدة قطع هذه المسافة عند الذهاب و t_2 مدة قطعها عند الإياب .

لدينا : $x = 960t_1$ و $x = 720t_2$ أي : $960t_1 = 720t_2$.

لدينا أيضا $t_1 + t_2 = 3h30\min$ أي : $t_1 + t_2 = 210\min$.

لتعيين t_1 و t_2 نحل الجملة : $\begin{cases} 960t_1 = 720t_2 \\ t_1 + t_2 = 210 \end{cases}$

هذه الجملة تبسط على الشكل : $\begin{cases} 4t_1 = 3t_2 \\ t_1 + t_2 = 210 \end{cases}$

هذه الجملة تكتب أيضا : $\begin{cases} 4t_1 - 3t_2 = 0 \\ 3t_1 + 3t_2 = 630 \end{cases}$

بجمع طرفا لطرف المعادلتين نجد : $7t_1 = 630$.

و بالتالي : $t_1 = 90$.

بتعويض t_1 بالعدد 90 في المعادلة $t_1 + t_2 = 210$.

نجد : $t_2 = 120$.

و بالتالي : مدّة الذهاب هي : $90\min$ أي : $1h30\min$.

و مدّة الإياب هي : $120\min$ أي : $2h$.

الموضوع الثالث عشر 13   الحلول

التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة)

لدينا $\frac{560}{245}=\frac{5.6}{2.45}$

- حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 560 و 245 .

نستعمل خوارزمية إقليدس .

لدينا : $560=245\times2+70$.

$245=70\times3+35$.

$70=35\times2+0$.

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 560 و 245 هو 35.

أي : $p\gcd(560;245)=35$.

- اختزال الكسر : $\frac{560}{245}$.

لدينا : $560=35\times16$ و $245=35\times7$.

إذن : $\frac{560}{245}=\frac{35\times16}{35\times7}=\frac{16}{7}$.

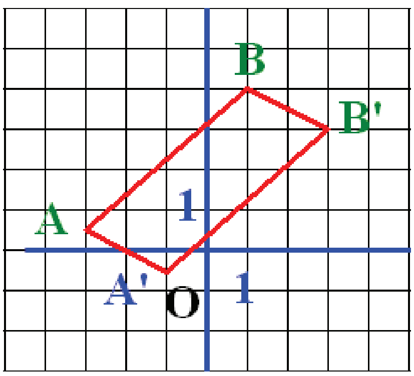
ينتج أن : $\frac{560}{245}=\frac{16}{7}$.

و بالتالي : $\frac{16}{7}$ هو الكسر غير القابل للاختزال و الذي يساوي العدد $\frac{5.6}{2.45}$.

التمرين الثاني (المعالم)

1 - تعليم النقطتين A و B (لاحظ الشكل)

2 - تعيين إحداثيي A' و B'.



A' صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{V}$.

يعني أن : $\overrightarrow{AA'}=\vec{V}$.

لدينا : $x_{A'}-x_A=x_{A'}+3$.

و $y_{A'}-y_A=y_{A'}-\frac{1}{2}$.

$\overrightarrow{AA'}=\vec{V}$ يعني : $x_{A'}+3=2$

و $y_{A'}-\frac{1}{2}=-1$.

ينتج أن : $x_{A'}=-1$. و $y_{A'}=-\frac{1}{2}$.

أي : $A'\left(-1;-\dfrac{1}{2}\right)$.

B' صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{V}$. يعني : $\overrightarrow{BB'}=\vec{V}$.

لدينا : $x_{B'}-x_B=x_{B'}-1$.

و $y_{B'}-y_B=y_{B'}-4$.

$\overrightarrow{BB'}=\vec{V}$ يعني : $x_{B'}-1=2$. و $y_{B'}-4=-1$.

ينتج أن : $x_{B'}=3$. و $y_{B'}=3$.

أي : $B'(3;3)$.

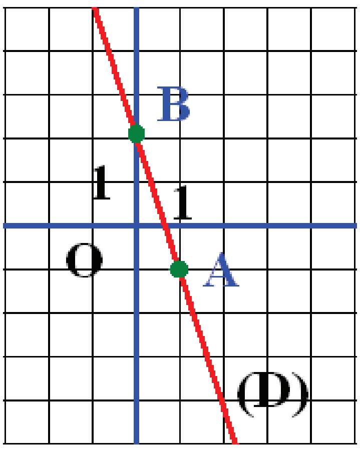
- تعليم النقطتين A' و B' في المعلم السابق (لاحظ الشكل) .
- تعيين طبيعة الرباعي $AA'B'B$.

لدينا : $\overrightarrow{AA'}=\vec{V}$ و $\overrightarrow{BB'}=\vec{V}$. إذن : $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{BB'}$.

و بالتالي : الرباعي $AA'B'B$ متوازي أضلاع .

التمرين الثالث (الدوال التآلفية)

1 - تعيين صورة كل من العددين 1 و 0 بالدالة f .



لدينا : $f(x)=-3x+2$.

$f(1)=-3(1)+2$.

$=-3\times1+2=-3+2=-1$

إذن : $f(1)=-1$.

و لدينا : $f(0)=-3(0)+2$.

إذن : $f(0)=2$.

إذن : $f(1)=-1$ و $f(0)=2$.

2 - أنشاء التمثيل البياني (D) للدالة f في المعلم السابق .

$f(1)=-1$ إذن : النقطة $A(1;-1)$ تنتمي إلى (D) .

$f(0)=2$ إذن : النقطة $B(0;2)$ تنتمي إلى (D) .

التمثيل البياني (D) للدالة f هو المستقيم (AB) .

لإنشاء (D) نعلم النقطتين $A(1;-1)$ و $B(0;2)$ ، و نرسم (AB) .

التمرين الرابع (الهندسة في الفضاء ـ الكرة و الجلة ـ المقاطع المستوية)

1 - المثلث $OO'M$ قائم في O' .

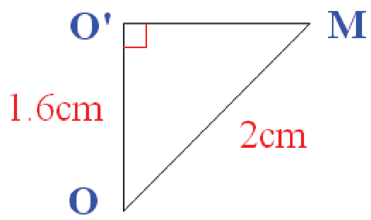
OM هو نصف قطر الكرة أي $OM = 2cm$.

لرسم المثلث $OO'M$ نرسم زاوية قائمة رأسها O' .

نعين O على أحد أضلاعها بحيث : $OO' = 1.6cm$.

ثم نستعمل المدور لتعيين M على الضلع الثاني

للزاوية القائمة بحيث : $OM = 2cm$.



2 - في المثلث القائم $OO'M$.

لدينا : $OM^2 = OO'^2 + O'M^2$

$O'M^2 = OM^2 - OO'^2$

$O'M^2 = 4 - (1.6)^2 = 1.44$

إذن : $O'M = \sqrt{1.44}$

أي : $O'M = 1.2$.

و بالتالي : نصف قطر الكرة هو : $1.2cm$.

المسألة

نضع x ثمن الكراس الواحد و y ثمن القلم الواحد حيث : $0 \succ x$ و $0 \succ y$.

لدينا : $2x + 3y = 45$ و $4x + y = 55$.

لتعيين x و y نحل الجملة : $\begin{cases} 2x + 3y = 45 \\ 4x + y = 55 \end{cases}$.

هذه الجملة تكتب أيضا : $\begin{cases} 4x + 6y = 90 \\ 4x + y = 55 \end{cases}$.

بطرح طرف لطرف المعادلتين نجد : $5y = 35$

و بالتالي $y = 7$

بتعويض y بالعدد 7 في المعادلة الأولى نجد : $2x + 3\times 7 = 45$.

و بالتالي : $2x = 45 - 21$.

$2x = 24$

إذن : $x = 12$

إذن : ثمن الكراس الواحد هو : 12 دينارا و ثمن القلم الواحد هو : 7 دنانير .

الموضوع الرابع عشر 14 الحلول

التمرين الأول (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد)

● حساب المساحة $\mathcal{A}$ للجزء الملون . وحدة الطول هي $1cm$.

مساحة المستطيل هي : $(3\times 8)cm^2$ أي $24cm^2$.

الجزءان غير الملونين من المستطيل هما مثلثان قائمان مساحتهما على الترتيب هما :

$\left(\frac{1}{2}\times 3\times 6\right)cm^2$ أي $9cm^2$ و $\left(\frac{1}{2}\times 8\times(3-x)\right)cm^2$ أي $(12-4x)cm^2$.

و بالتالي :
$$\mathcal{A}=24-(9+(12-4x))$$
$$=24-(21-4x)$$
$$=24-21+4x=3+4x$$

إذن : $\boxed{\mathcal{A}=(3+4x)cm^2}$

● تعيين قيم العدد الموجب x حيث : $\mathcal{A}\prec\frac{1}{3}(24)$.

$\mathcal{A}\prec\frac{1}{3}(24)$ يعني : $3+4x\prec 8$ أي : $4x\prec 5$ إذن : $x\prec\frac{5}{4}$ أي $x\prec 1.25$ و بالتالي قيم x التي من أجلها تكون المساحة $\mathcal{A}$ للجزء الملون أصغر من ثلث مساحة المستطيل هي كل الأعداد x بحيث : $\boxed{0\leq x\prec 1.25}$.

التمرين الثاني (جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين)

نحل الجملة باستعمال طريقة التعويض .

لدينا : $\begin{cases}5x+y=10\\2x-3y=6\end{cases}$ يعني : $\begin{cases}y=10-5x\\2x-3y=6\end{cases}$.

لدينا : $y=10-5x$ و $2x-3y=6$.

إذن : $2x-3(10-5x)=6$ أي : $2x-30+15x=6$

أي : $17x=36$ و بالتالي : $\boxed{x=\frac{36}{17}}$.

لدينا : $y=10-5x$ و $x=\frac{36}{17}$.

إذن : $y=10-5\left(\frac{36}{17}\right)=-\frac{10}{17}$. أي : $\boxed{y=-\frac{10}{17}}$.

ينتج أن : الجملة : $\begin{cases} 5x + y = 10 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$ تقبل حلا واحدا هو : $\left(\frac{36}{17};\frac{-10}{17}\right)$.

التمرين الثالث (خاصية طالس)

- المثلثان ECI و CAJ في وضعية طالس (وحدة الطول هي : $0.5cm$) .

إذن : $\frac{CI}{CJ} = \frac{EI}{AJ} = \frac{CE}{CA}$ أي : $\frac{CI}{CJ} = \frac{z}{4} = \frac{2}{5}$.

ينتج أن : $z = \frac{4\times 2}{5}$ أي $z = \frac{8}{5}$ أي $z = 1.6$ أي $z = 0.8cm$.

- المثلثان CIF و CJB في وضعية طالس إذن : $\frac{IF}{JB} = \frac{CF}{CB} = \frac{CI}{CJ}$.

بما أن : $\frac{2}{5} = \frac{CI}{CJ}$ فإن : $\frac{y}{5} = \frac{x}{x+6} = \frac{2}{5}$.

نحل المعادلة : $\frac{y}{5} = \frac{2}{5}$ و نجد : $y = 2$ أي : $y = 1cm$.

و للحصول على x نحل المعادلة : $\frac{x}{x+6} = \frac{2}{5}$

$\frac{x}{x+6} = \frac{2}{5}$ يعني : $5x = 2x + 12$

أي : $3x = 12$ و بالتالي : $x = 4$ أي : $x = 2cm$.

التمرين الرابع (الإحصاء)

1 - حساب تواتر كل قيمة :

التكرار الكلي لهذه السلسلة هو 50 .

القامات (بالأمتار)	$[1.50;1.60[$	$[1.60;1.70[$	$[1.70;1.80[$	$[1.80;1.90[$
التكرار	4	16	20	10
التواتر	$\frac{4}{50}$	$\frac{16}{50}$	$\frac{20}{50}$	$\frac{10}{50}$

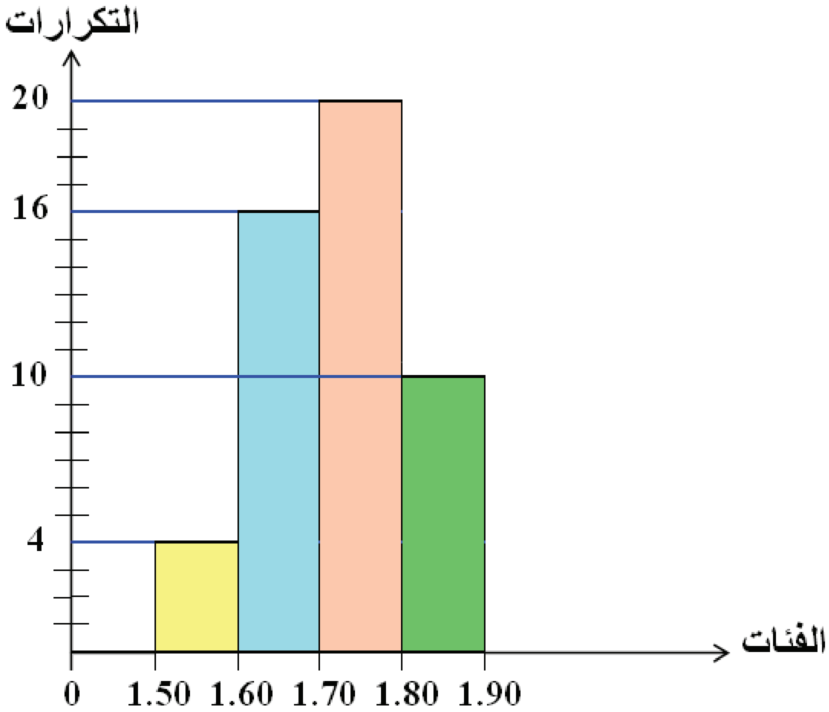
2 - حساب معدل القامات : معدل القامات هو الوسط $\bar{x}$ لهذه السلسلة .

مراكز الفئات	1.55	1.65	1.75	1.85
التكرار	4	16	20	10

لدينا :
$$\bar{x} = \frac{1.55\times 4 + 1.65\times 16 + 1.75\times 20 + 1.85\times 10}{50}$$

$$=\frac{7.20+26.40+35+18.5}{50}=\frac{87.10}{50}=1.742$$

إذن : $\overline{x}=1.742$ أي : معدل القامات هو : $1.74m$.



المسألة

1 - حساب المسافة بين كل عمودين متتاليين :

بما أن المسافة بين كل عمودين متتاليين هي نفسها فإن هذه المسافة قاسم مشترك لطول و عرض الحقل .

حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 192 و 276 .

نستعمل خوارزمية إقليدس . لدينا : $276=192\times1+84$.

$192=276\times2+24$.

$24=12\times2+0$.

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 192 و 276 هو : 12.

أي : $pgcd=(192;276)=12$.

و بالتالي : أكبر مسافة بين كل عمودين متتاليين هي : $12m$.

2 - حساب عدد الأعمدة التي يجب استعمالها .

محيط الحقل هو : $2\times(276+192)$ أي $936m$ و لدينا $936=12\times78$.

إذن : أصغر عدد ممكن من الأعمدة هو : 78 .

الموضوع الخامس عشر 15 — الحلول

التمرين الأول (الأشعة و الانسحاب)

1 - $AEFD$ متوازي الأضلاع إذن : $\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{FD}$.

$ABCD$ متوازي الأضلاع إذن : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

$BCLK$ متوازي الأضلاع إذن : $\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{CL}$.

ينتج أن : $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{DC}$.

إذن : $\left(\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}\right)+\overrightarrow{BK}=\left(\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{DC}\right)+\overrightarrow{CL}$.

2 - من المساواة السابقة نستنتج أن $\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{CL}$.

أي : $\overrightarrow{EK}=\overrightarrow{FL}$ و بالتالي : الرباعي $EKLF$ متوازي أضلاع .

التمرين الثاني (الجذور التربيعية)

- لدينا : $a=\dfrac{4}{3-\sqrt{2}}=\dfrac{4\left(3+\sqrt{2}\right)}{\left(3-\sqrt{2}\right)\left(3+\sqrt{2}\right)}=\dfrac{12+4\sqrt{2}}{3^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}$.

$$=\frac{12+4\sqrt{2}}{9-2}=\frac{12+4\sqrt{2}}{7}$$

إذن : $a=\dfrac{12+4\sqrt{2}}{7}$.

- لدينا : $b=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+1\right)}{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}=\dfrac{2+\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2-1^2}$.

$$=\frac{2+\sqrt{2}}{2-1}=\frac{2+\sqrt{2}}{1}=2+\sqrt{2}$$

إذن : $b=2+\sqrt{2}$.

- لدينا: $c=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}=\dfrac{\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}=\dfrac{\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)^2}{\left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}$.

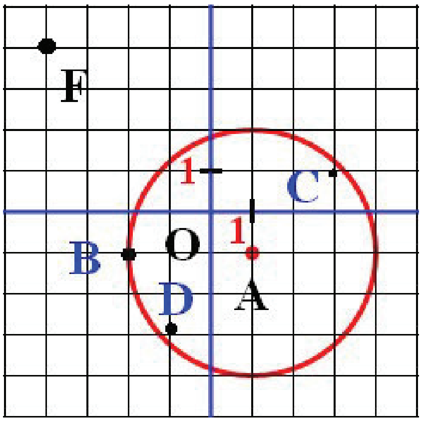
$$=\frac{\left(\sqrt{7}\right)^2+2\sqrt{7}\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2}{7-3}=\frac{7+2\sqrt{21}+3}{4}=\frac{10+2\sqrt{21}}{4}$$

$$= \frac{5+\sqrt{21}}{2}$$

إذن : $c = \frac{5+2\sqrt{21}}{2}$.

التمرين الثالث (المعالم)

1 - تعليم النقط $A;B$ و C . (لاحظ الشكل) .



2 - التحقق إن كانت النقطة C تنتمي إلى الدائرة التي تشمل B و مركزها A .

C تنتمي إلى الدائرة مركزها A و تشمل B .

يعني : $AC = AB$.

لدينا : $AB\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

بما أن : $x_B - x_A = -2-1 = -3$

و $y_B - y_A = -1+1 = 0$

فإن : $AB\sqrt{(-3)^2 + (0)^2} = \sqrt{9} = 3$. إذن : $AB = 3$.

لدينا : $AC\sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$.

بما أن : $x_C - x_A = 3-1 = 2$ و $y_C - y_A = 1+1 = 2$

فإن : $AC\sqrt{(2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$. إذن : $AC = 2\sqrt{2}$.

نلاحظ أن : $AC \neq AB$.

إذن : النقطة C لا تنتمي إلى الدائرة التي مركزها A و تشمل B .

3 - تعيين إحداثيي النقطة D .

D هي نظيرة النقطة C بالنسبة إلى A . إذن : A منتصف $[CD]$.

و بالتالي : $x_A = \frac{x_C + x_D}{2}$ و $y_A = \frac{y_C + y_D}{2}$.

أي : $1 = \frac{3 + x_D}{2}$ و $-1 = \frac{1 + y_D}{2}$.

إذن : $x_D = -1$ و $y_D = -3$.

و بالتالي : إحداثيتا D هما : $(-1;-3)$. أي : $D(-1;-3)$.

4 - نبيِّن أن النقطة $F(-4;4)$ تنتمي إلى محور القطعة $[CD]$.

F تنتمي إلى محور القطعة $[CD]$. يعني : $CF = DF$.

لدينا : $CF\sqrt{(x_F - x_C)^2 + (y_F - y_C)^2}$.

و $x_F - x_C = -4 - 3 = -7$ و $y_F - y_C = 4 - 1 = 3$

و بالتالي : $CF\sqrt{(-7)^2 + (3)^2} = \sqrt{49+9} = \sqrt{58}$. إذن : $CF = \sqrt{58}$.

لدينا : $DF\sqrt{(x_F - x_D)^2 + (y_F - y_D)^2}$.

و $x_F - x_D = -4 + 1 = -3$ و $y_F - y_D = 4 + 3 = 7$

و بالتالي : $DF\sqrt{(-3)^2 + (7)^2} = \sqrt{9+49} = \sqrt{58}$.

بما أن : $CF = DF$ فإن : F تنتمي إلى محور القطعة $[CD]$

التمرين الرابع (الدوال الخطية ـ الدوال التآلفية)

1 - تعيين الدالتين f و g .

- f دالة تآلفية إذن f معرفة بعبارة من الشكل : $f(x) = ax + b$.

(d) يشمل النقطتين $E(-2;-1)$ و $F(3;1)$ يعني : $f(-2) = -1$ و $f(3) = 1$.

لدينا : $\frac{2}{5} = \frac{1-(-1)}{5} = \frac{f(3) - f(-2)}{3-(-2)} = a$. إذن : $a = \frac{2}{5}$.

لدينا $f(-2) = -1$ يعني : $a(-2) + b = -1$. أي : $\frac{2}{5}(-2) + b = -1$.

أي : $-\frac{1}{5} = -1 + \frac{4}{5} = b$ أي : $b = -\frac{1}{5}$.

ينتج أن الدالة f معرفة كما يلي : $f(x) = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$.

- g دالة خطية إذن g معرفة بعبارة من الشكل : $g(x) = mx$.

(L) يشمل $G(1;-1)$ يعني $g(1) = -1$.

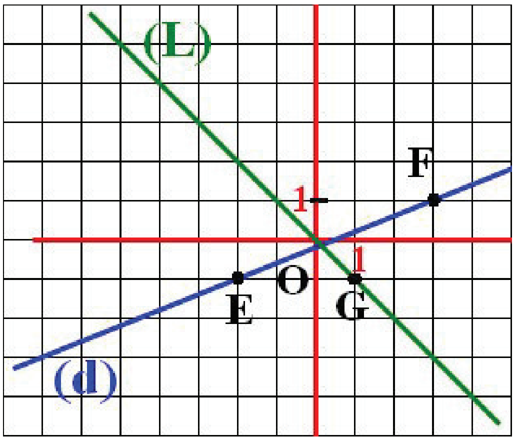
أي : $m \times 1 = -1$ إذن : $m = -1$.

ينتج أن الدالة g معرفة كما يلي : $g(x) = -x$.

- رسم (d) و (L) (أنظر الشكل) .

(d) هو المستقيم (EF) .

و (L) هو المستقيم (OG) .



2 - حل المعادلة : $f(x) = g(x)$.

لدينا : $f(x) = g(x)$

يعني : $\frac{2}{5}x - 1 = -x$.

أي : $\frac{2}{5}x + x = 1$:

و بالتالي : $\frac{7}{5}x = 1$. أي : $7x = 5$.

ينتج أن : $x = \frac{5}{7}$. و بالتالي : المعادلة $f(x) = g(x)$ تقبل حلا واحدا هو $\frac{5}{7}$.

العدد $\frac{5}{7}$ هو فاصلة نقطة تقاطع (d) و (L) .

ترتيب هذه النقطة هو $f\left(\frac{5}{7}\right)$ أي $\frac{3}{35}$.

المسألة

1 - عدد الأفواج هو قاسم مشترك لعدد البنات و لعدد الأولاد المشاركين في المسابقة ، و أكبر عدد من الأفواج هو $p\gcd(124;93)$.

لنحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 124 و 93 .

نستعمل خوارزمية إقليدس .

لدينا : $124 = 93 \times 1 + 31$ و $93 = 31 \times 3 + 0$.

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 124 و 93 هو 31 .

أي : $p\gcd(124;93) = 31$.

إذن : أكبر عدد من الأفواج التي يمكن تشكيلها هو 31 .

2 - عدد البنات و عدد الأولاد في كل فوج .

لدينا $93 = 31 \times 3$ و $124 = 31 \times 4$.

و بالتالي : عدد البنات في كل فوج هو 4 و عدد الأولاد هو 3 .

التحقق : عدد التلاميذ المشاركين هو $124 + 93$ أي 217 .

كل الأفواج متكونة من 7 تلاميذ و عدد الأفواج هو 31 .

إذن عدد التلاميذ المشاركين الموزعين في الأفواج هو : 31×7 أي : 217 .

الموضوع السادس عشر 16 — الحلول

التمرين الأول (الجذور التربيعية)

1 - • حساب a^2 .

لدينا : $a^2=\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2=\frac{\left(1+\sqrt{5}\right)^2}{2^2}=\frac{1+2\sqrt{5}+5}{4}$.

$$=\frac{6+2\sqrt{5}}{4}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

إذن : $\boxed{a^2=\frac{3+\sqrt{5}}{2}}$.

• حساب $\frac{1}{a}+1$.

لدينا : $\frac{1}{a}+1=\frac{1}{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}+1=\frac{2}{1+\sqrt{5}}+1$.

$$=\frac{2+1+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}=\frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$$

إذن : $\boxed{\frac{1}{a}+1=\frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}}$

2 - لدينا : $a+1=\frac{1+\sqrt{5}}{2}+1=\frac{1+\sqrt{5}+2}{2}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

نعلم أن : $a^2=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ و $a+1=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

إذن : $\boxed{a^2=a+1}$

لدينا : $\frac{1}{a}+1=\frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}=\frac{\left(3+\sqrt{5}\right)\left(1-\sqrt{5}\right)}{\left(1+\sqrt{5}\right)\left(1-\sqrt{5}\right)}=\frac{3-3\sqrt{5}+\sqrt{5}-5}{1-5}$

$$=\frac{-2-2\sqrt{5}}{-4}=\frac{-2\left(1+\sqrt{5}\right)}{-4}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

نعلم أن : $a=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ و $\frac{1}{a}+1=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

و بالتالي : $a=\frac{1}{a}+1$

ملاحظة : يمكن الحصول على هذه النتيجة بتقسيم طرفي المساواة $a^2=a+1$ على a .

التمرين الثاني (الدوال التآلفية)

1 - f دالة تآلفية معرفة كما يلي : $f(x)=ax+b$.

تعيين المعاملين a و b .

لدينا : $a=\frac{f(4)-f(-3)}{4-(-3)}=\frac{1-2}{7}=-\frac{1}{7}$

إذن : $a=-\frac{1}{7}$ و بالتالي : $f(x)=-\frac{1}{7}x+b$

لدينا : $f(4)=1$ و $f(4)=-\frac{1}{7}(4)+b$

أي : $1=-\frac{4}{7}+b$ و بالتالي : $b=1+\frac{4}{7}=\frac{11}{7}$ إذن : $b=\frac{11}{7}$

ينتج أن الدالة التآلفية f معرفة كما يلي : $f(x)=-\frac{1}{7}x+\frac{11}{7}$.

2 - تعيين صورة العدد 11 بالدالة f .

لدينا : $f(11)=-\frac{1}{7}(11)+\frac{11}{7}=0$ إذن : $f(11)=0$

و بالتالي : صورة العدد 11 بالدالة f هي 0 .

3 - تعيين العدد الذي صورته بالدالة f هي : $\frac{10}{7}$.

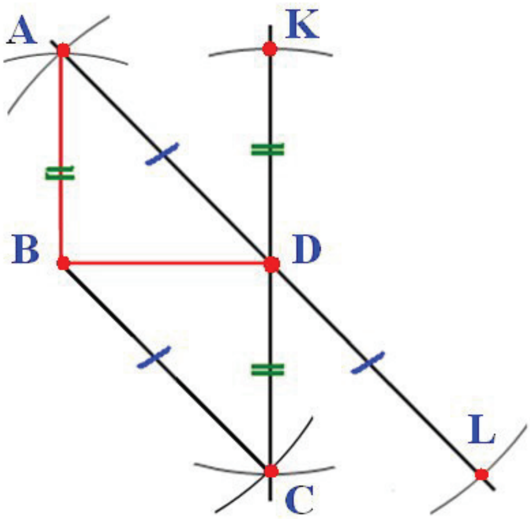
لذلك يكفي حل المعادلة : $f(x)=\frac{10}{7}$.

$f(x)=\frac{10}{7}$ يعني : $-\frac{1}{7}x+\frac{11}{7}=\frac{10}{7}$.

أي : $-\frac{1}{7}x=\frac{10}{7}-\frac{11}{7}$ و بالتالي : $-\frac{1}{7}x=-\frac{1}{7}$ إذن : $x=1$.

و بالتالي : العدد الذي صورته $\frac{10}{7}$ بالدالة f هو 1 .

التمرين الثالث (الأشعة و الانسحاب)



1 - نرسم أولا $[BD]$ ثم نستعمل المدور لتعيين كل من النقطتين A و C و كذا النقطتين K و L .

2 - D هو منتصف كل من قطري الرباعي $AKLC$. إذن $AKLC$ متوازي الأضلاع .

و بالتالي : $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{AC}$.

إذن : L هي صورة K بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$.

التمرين الرابع (الإحصاء)

1 - عدد العلامات هو 9 .

ليكن $\overline{x}$ وسط هذه السلسلة . معدل رضا هو وسط هذه السلسلة .

لدينا $\frac{116}{9} = \frac{10+11+17+12+19+15+9+7+16}{9} = \overline{x}$.

إذن : $\overline{x} = \frac{116}{9}$ و بالتالي: معدل رضا هو 12.88 بتدوير إلى 0.01 بالنقصان .

2 - نرتب العلامات تصاعديا : $19;17;16;15;12;11;10;9;7$

وسيط السلسلة هي العلامة ذات المرتبة 5 في سلسلة العلامات المرتبة تصاعديا . ينتج أن : وسيط العلامات هي العلامة 12 .

3 - حساب العلامة n بحيث: $\overline{x} = 13$.

بعد إضافة فرض يصبح عدد العلامات 10 .

$\overline{x} = 13$ يعني $13 = \frac{7+9+10+11+12+15+16+17+19+n}{10}$.

أي : $\frac{116+n}{10} = 13$.

أي : $116+n = 130$.

إذن : $n = 130-116$. و بالتالي : $n = 14$.

ينبغي أن يتحصل رضا على العلامة 14
في الفرض الإضافي حتى يصير معدله 13 .

المسألة

نضع x ارتفاع الجدار و y طول السلم حيث : x و y عددان طبيعيان .
لدينا : $y = x + 10$.
نلاحظ أن الوضعية الثانية تبين وجود مثلث قائم . نطبق فيه نظرية فيثاغورث للتعبير عن y بدلالة x . و نجد : $y^2 = x^2 + (70)^2$.

لتعيين x و y نحل الجملة : $\begin{cases} y = x + 10 \\ y^2 = x^2 + (70)^2 \end{cases}$.

هذه الجملة تبسط على الشكل : $\begin{cases} y - x = 10 \\ y^2 - x^2 = (70)^2 \end{cases}$.

$\begin{cases} y - x = 10 \\ (y - x)(y + x) = 4900 \end{cases}$. أي : $\begin{cases} y - x = 10 \\ 10(y + x) = 4900 \end{cases}$

نتحصل على الجملة التالية : $\begin{cases} y - x = 10 \\ y + x = 490 \end{cases}$.

بجمع طرف لطرف المعادلتين نجد : $2y = 500$. إذن : $y = 250$.
بتعويض y بالعدد 250 في المعادلة الأولى .
ينتج أن : $x = 240$. و بالتالي :
طول السلم هو $250cm$ أي $2.50m$ و طول الجدار هو $240cm$ أي $2.40m$.

ملاحظة : يمكن حل الجملة $\begin{cases} y - x = 10 \\ y + x = 490 \end{cases}$ بطريقة التعويض .

بتعويض y بالعبارة $x + 10$ في المعادلة $y^2 = x^2 + (70)^2$.

نجد : $(x + 10)^2 = x^2 + (70)^2$ أي : $x^2 + 20x + 100 = x^2 + 4900$.
أي : $20x = 4800$. إذن : $x = 240$.
و نستنتج أن : $y = 250$.

الموضوع السابع عشر 17 — الحلول

التمرين الأول (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد)

- حل المتراجحة الأولى : $2(3x-4)+3(x-1)<3x-(4x+6)$

$2(3x-4)+3(x-1)<3x-(4x+6)$ يعني :

$6x-8+3x-3<3x-4x-6$ أي : $9x-11<-x-6$

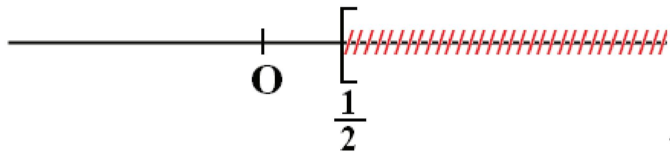
أي : $9x+x<-6+11$

بعد التبسيط نجد : $10x<5$ و بالتالي : $x<\frac{5}{10}$ أي : $x<\frac{1}{2}$. إذن :

مجموعة حلول المتراجحة $2(3x-4)+3(x-1)<3x-(4x+6)$

هي مجموعة الأعداد x التي تحقق $x<\frac{1}{2}$ (أي الأعداد الأصغر من $\frac{1}{2}$) .

- مجموعة حلول هذه المتراجحة ممثلة بالجزء غير المشطوب من المستقيم العددي المقابل .



- حل المتراجحة الثانية : $5(1-x)-3(-2x+3)>3(x-8)$

$5(1-x)-3(-2x+3)>3(x-8)$ يعني :

$5-5x+6x-9>3x-24$ أي : $-4+x>3x-24$

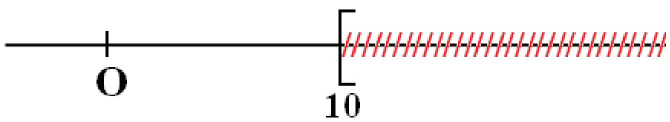
أي : $x-4>3x-24$ أي : $x-3x>-24+4$

بعد التبسيط نجد : $-2x>-20$ و بالتالي : $x<\frac{-20}{-2}$ أي : $x<10$. إذن :

مجموعة حلول المتراجحة $5(1-x)-3(-2x+3)>3(x-8)$

هي مجموعة الأعداد x التي تحقق $x<10$ (أي الأعداد الأصغر من 10) .

- مجموعة حلول هذه المتراجحة ممثلة بالجزء غير المشطوب من المستقيم العددي المقابل .



التمرين الثاني (الدوال الخطية ـ التناسبية)

1 - تعيين الدالة الخطية f .

f هي دالة خطية .

إذن : f معرفة كما يلي : $f(x)=ax$.

صورة $-\frac{3}{2}$ بالدالة f هي : -3 .

يعني : $f\left(-\frac{3}{2}\right)=-3$ أي : $a\left(-\frac{3}{2}\right)=-3$

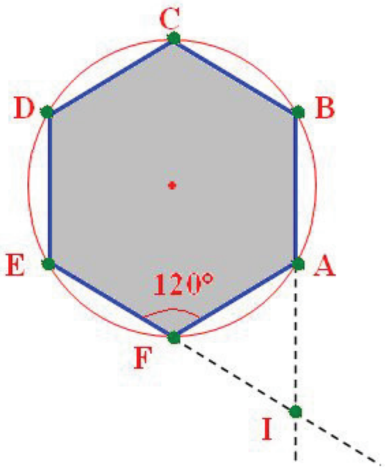
إذن : $a=2$.

ينتج أن الدالة الخطية f معرفة كما يلي : $f(x)=2x$.

2 - (T) هو التمثيل البياني للدالة f .

(T) يشمل O و $B\left(-\frac{3}{2};-3\right)$. (لاحظ الشكل) .

التمرين الثالث (الدوران ـ الزوايا و المضلعات المنتظمة)



1 - طول الضلع السداسي المنتظم المطلوب هو نصف قطر الدائرة $(\mathscr{C})$.

نستعمل المدور لتحديد رؤوس هذا المضلع على الدائرة .

نختار النقطة A من $(\mathscr{C})$ كأحد رؤوس السداسي المنتظم ثم نعين الرؤوس الأخرى .

2 - قيس كل زوايا السداسي المنتظم هو $120°$.

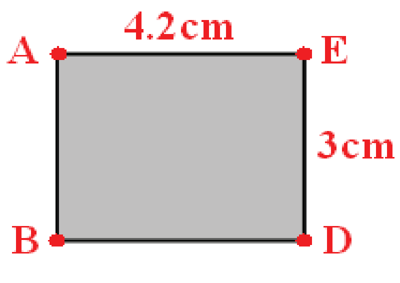
إذن : $\widehat{AFI}=\widehat{FAI}=180°-120°$

أي : $\widehat{AFI}=\widehat{FAI}=60°$. ينتج أن : $\widehat{AFI}=60°$.

إذن : المثلث AFI متقايس الأضلاع .

التمرين الرابع (الهندسة في الفضاء ـ الكرة و الجلـّة ـ المقاطع المستوية)

1 - المقطع هو مستطيل طوله AE و عرضه AB . المثلث AFE قائم في F و متساوي الساقين .



لدينا : $AE^2=AF^2+FE^2$.

أي : $AE^2=3^2+3^2=18$.

إذن : $AE=3\sqrt{2}$.

أي : $AE\approx 4.2cm$.

و $AB=3cm$ لأن $[AB]$ هو أحد أحرف المكعب .

● إنجاز الرسم :

2- وحدة الحجم هي $1cm^3$. حجم المكعب هو 3^3 وحدة أي : $27cm^3$.

و حجم الموشور $ABCDEF$ هو : $13.500cm^3$.

المسألة

نضع x عدد العلب من نوع $250g$ و y عدد العلب من نوع $500g$.

حيث x و y عددان طبيعيان . $20kg = 20000g$.

لدينا : $\begin{cases} x + y = 56 \\ 250x + 500y = 20000 \end{cases}$.

لتعيين x و y نحل الجملة السابقة .

هذه الجملة تبسط على الشكل : $\begin{cases} x + y = 56 \\ x + 2y = 80 \end{cases}$

بطرح طرف لطرف المعادلتين نجد : $y = 24$.

بتعويض y بالعدد 24 في المعادلة $x + y = 56$. نجد : $x = 32$.

ينتج أن :

عدد العلب من نوع $250g$ هو 32 و عدد العلب من نوع $500g$ هو 24 .

الموضوع الثامن عشر 18 — الحلول

التمرين الأول (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد)

• حل المعادلة : $\frac{2}{5}x+1=3+\frac{1}{10}x$.

$\frac{2}{5}x+1=3+\frac{1}{10}x$ يعني : $\frac{2}{5}x-\frac{1}{10}x=3-1$.

أي : $\frac{4}{10}x-\frac{1}{10}x=2$. أي : $\frac{3}{10}x=2$. إذن : $x=\frac{20}{3}$.

ينتج أن : **المعادلة : $\frac{2}{5}x+1=3+\frac{1}{10}x$ تقبل حلا واحدا هو $\frac{20}{3}$** .

• حل المعادلة : $1-\frac{2}{5}x=3-\frac{1}{10}x$.

$1-\frac{2}{5}x=3-\frac{1}{10}x$ يعني : $-\frac{2}{5}x+\frac{1}{10}x=3-1$.

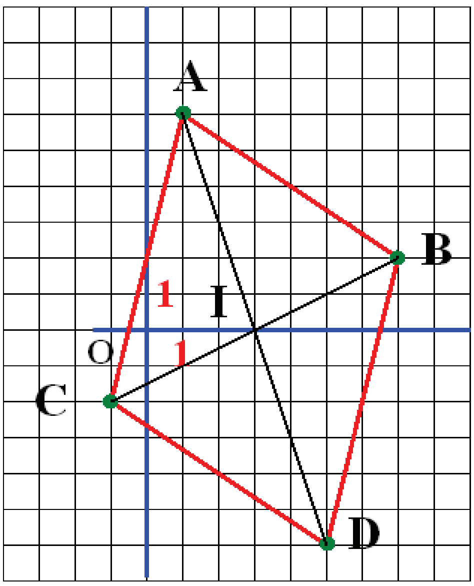
أي : $\frac{-4x+x}{10}=2$. أي : $-3x=20$. إذن : $x=-\frac{20}{3}$.

ينتج أن : **المعادلة : $1-\frac{2}{5}x=3-\frac{1}{10}x$ تقبل حلا واحدا هو $-\frac{20}{3}$** .

نلاحظ أن العددين $\frac{20}{3}$ و $-\frac{20}{3}$ متعاكسان .

ينتج أن : **للمعادلتين حلان متعاكسان هما : $\frac{20}{3}$ و $-\frac{20}{3}$** .

التمرين الثاني (المعالم)



1 - تعليم النقط $A;B;C$.

(لاحظ الشكل) .

2 - $(x_D;y_D)$ إحداثيي النقطة D .

الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع .

يعني : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.

تعيين إحداثيي كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$.

لدينا $x_B-x_A=7-1=6$

و $y_B-y_A=2-6=-4$

إذن : $\overrightarrow{AB}(6;-4)$.

و لدينا: $x_D - x_C = x_D - (-1) = x_D + 1$

و $y_D - y_C = y_D - (-2) = y_D + 2$

إذن : $\overrightarrow{CD}(x_D + 1; y_D + 2)$.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ يعني $6 = x_D + 1$ و $-4 = y_D + 2$.

ينتج أن : $x_D = 5$ و $y_D = -6$.

أي : إحداثيا النقطة D حيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

هما $(5;-6)$ أي : $D(5;-6)$.

3 - رسم الرباعي $ABDC$ (لاحظ الشكل) .

4 - إحداثيا المركز I لمتوازي الأضلاع $ABDC$ هما إحداثيا منتصف القطرين $[AD]$ و $[BC]$.

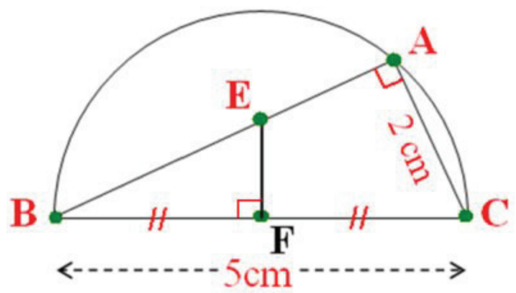
تعيين إحداثيي I منتصف $[AD]$.

لدينا $x_I = \dfrac{x_A + x_D}{2} = \dfrac{1+5}{2} = 3$ و $y_I = \dfrac{y_A + y_D}{2} = \dfrac{6-6}{2} = 0$.

إذن : إحداثيا مركز متوازي الأضلاع $ABDC$ هما : $x_I = 3$ و $y_I = 0$.

أي : $I(3;0)$.

التمرين الثالث (حساب المثلثات في المثلث القائم)



1 - نرسم $[BC]$ و نعيين منتصفها F .

نرسم نصف الدائرة مركزها F و قطرها $[BC]$.

نرسم نصف الدائرة مركزها C و نصف قطرها $2cm$.

فتقطع نصف الدائرة الأولى في A . العمود على (BC) في F يقطع $[AB]$ في E .

2 - A نقطة من نصف الدائرة التي قطرها $[BC]$. إذن المثلث ABC قائم في A .

حسب نظرية فيثاغورث ينتج أن : $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 25 - 4 = 21$.

إذن : $AB = \sqrt{21}$.

3 - لدينا $\tan \hat{B} = \dfrac{AC}{AB}$ و $\tan \hat{B} = \dfrac{EF}{BF}$.

ينتج أن : $\dfrac{EF}{BF} = \dfrac{AC}{AB}$. و بالتالي : $\dfrac{EF}{2.5} = \dfrac{2}{\sqrt{21}}$. إذن : $EF = \dfrac{5}{\sqrt{21}}$.

أي : $EF = 1.1cm$.

التمرين الرابع (الأشعة و الانسحاب)

1 - لدينا $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CE}$.

إذن : $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CE}$.

و بالتالي E هي نظيرة A بالنسبة إلى C .

ينتج أن طول $\overrightarrow{CE}$ هو طول $\overrightarrow{AC}$.

أي : طول $\overrightarrow{AC}$ هو $5cm$.

2 - لدينا $\overrightarrow{KA}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}$

$=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CA}$.

إذن : $\overrightarrow{KA}=\overrightarrow{CA}$.

و بالتالي النقطة K هي النقطة C .

ينتج أن طول $\overrightarrow{KA}$ هو طول $\overrightarrow{CA}$.

أي : طول $\overrightarrow{KA}$ هو $5cm$.

المسألة

نضع x عرض الحقل و y طوله حيث x و y عددان طبيعيان .

لدينا $x=y-18$ و $2(x+y)=456$.

لتعيين x و y نحل الجملة : $\begin{cases} x=y-18 \\ 2(x+y)=456 \end{cases}$.

هذه الجملة تكتب : $\begin{cases} x=y-18 \\ x+y=228 \end{cases}$.

بجع طرف لطرف المعادلتين نجد : $2x=210$. ينتج أن : $x=105$.

بتعويض x بالعدد 105 في المعادلة الثانية نجد : $105+y=228$.

و بالتالي : $y=123$. إذن : طول الحقل $123m$ و عرضه $105m$.

الموضوع التاسع عشر 19 — الحلول

التمرين الأول (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد)

● حل المعادلة : $\frac{x+2}{4}+1=4-\frac{2x+1}{3}$.

$\frac{x+2}{4}+1=4-\frac{2x+1}{3}$ يعني : $\frac{x+2}{4}+\frac{2x+1}{3}=4-1$.

أي : $\frac{3(x+2)+4(2x+1)}{12}=3$ أي : $x=\frac{26}{11}$.

إذن : المعادلة $\frac{x+2}{4}+1=4-\frac{2x+1}{3}$ تقبل حلا واحدا هو $\frac{26}{11}$.

● حل المعادلة الثانية : $\frac{3x-5}{4}-2=\frac{x+1}{2}-x$.

$\frac{3x-5}{4}-2=\frac{x+1}{2}-x$ يعني : $\frac{3x-5}{4}-\frac{x+1}{2}+x=2$.

أي : $\frac{3x-5-2(x+1)+4x}{4}=2$ أي : $3x-5-2x+4x=8$.

أي : $5x-7=8$. أي : $5x=15$. إذن : $x=3$.

ينتج أن : المعادلة $\frac{3x-5}{4}-2=\frac{x+1}{2}-x$ تقبل حلا واحدا هو 3 .

التمرين الثاني (الدوال التآلفية)

1 - تعيين المعاملين a و b للدالة f .

f معرفة كما يلي : $f(x)=ax+b$.

على الشكل : نقرأ $f(0)=-1$ و $f(2)=3$.

و هذا يعني : أن $a\times 0+b=-1$ و $a\times 2+b=3$.

لتعيين a و b نحل الجملة : $\begin{cases} a\times 0+b=-1 \\ a\times 2+b=3 \end{cases}$.

بعد التبسيط نجد : $\begin{cases} b=-1 \\ 2a+b=3 \end{cases}$.

بتعويض b بالعدد -1 في المعادلة $2a+b=3$ نجد : $2a-1=3$.

أي : $2a=4$ إذن : $a=2$.

و بالتالي : المعاملين a و b للدالة التآلفية f هما : $a=2$ و $b=-1$.

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

ينتج أن : الدالة التآلفية : f معرفة كما يلي : $f(x)=2x-1$.

2 - تعيين صورة العدد -4 بالدالة f .

صورة -4 هي : $f(-4)$. أي : $f(-4)=2(-4)-1$.

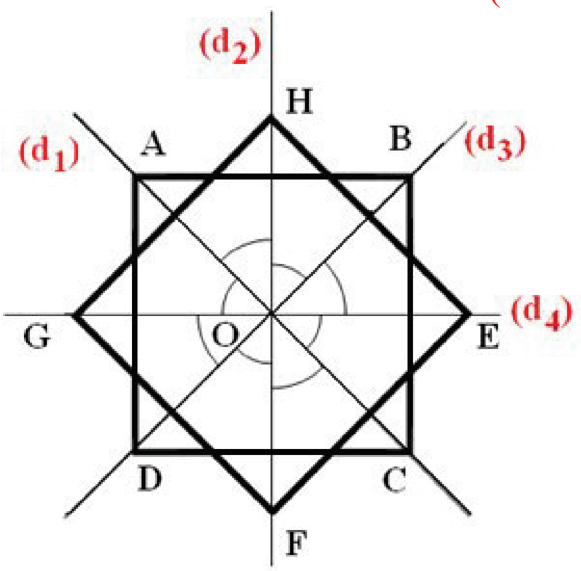
إذن : $f(-4)=-9$.

3 - تعيين العدد x الذي صورته بالدالة f هي $\frac{1}{2}$.

العدد x يحقق $f(x)=\frac{1}{2}$. يعني : $2x-1=\frac{1}{2}$ أي : $2x=\frac{3}{2}$.

إذن : $x=\frac{3}{4}$. و بالتالي : العدد x الذي صورته هي $\frac{1}{2}$ بالدالة f هو $\frac{3}{4}$.

التمرين الثالث (الدوران ـ الزوايا و المضلعات المنتظمة)



1 - تكوِّن المستقيمات الأربعة ثماني زوايا قيس كل منها $45°$.

(لأن $3\times45°=135°$) .

إذن : E هي نقطة من (d_4) و F نقطة من (d_2) .

2 - صورة A هي E بهذا الدوران .

صورة C هي النقطة G نظيرة E بالنسبة إلى O . إذن صورة B هي F ،

صورة D هي النقطة H نظيرة F بالنسبة إلى O .

نعلم أن صورة مربع بدوران هي مربع .

ينتج أن : صورة المربع صورة $ABCD$ بهذا الدوران هي المربع $EFGH$.

التمرين الرابع (الهندسة في الفضاء ـ الكرة و الجلة ـ المقاطع المستوية)

1 - V_1 هو حجم النموذج المصغر و 0.3 هي نسبة التصغير

إذن : $V_1=12\times(0.3)^3$

$=12\times(0.027)$

$=0.324$

ينتج أن : حجم النموذج المصغر هو : $0.324m^3$.

2 - لتكن x هي نسبة التصغير الثاني .

لدينا $0.096=12\times x^3$.

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

إذن : $\left(\frac{2}{10}\right)^3 = \frac{2^3}{10^3} = \frac{8}{1000} = 0.008 = \frac{0.096}{12} = x^3$.

و بالتالي : $(0.2)^3 = \left(\frac{2}{10}\right)^3 = x^3$ و بالتالي : $x = 0.2$ أي : $x = \frac{1}{5}$

إذن : نسبة التصغير الثاني هي : $\frac{1}{5}$.

المسألة

لتكن x كمية القمح التي حصدها هذا الفلاح (x بالأطنان) .

لدينا $x = \frac{40}{100}x + 15 + 17.4$. أي : $x = \frac{40}{100}x + 32.4$.

أي : $x - \frac{40}{100}x = 32.4$.

نجد : $\left(1 - \frac{4}{10}\right)x = 32.4$.

أي : $\frac{3}{5}x = 32.4$.

و بالتالي : $x = 32.4 \times \frac{5}{3}$.

أي : $x = 54$.

ينتج أن : كمية القمح التي حصدها هذا الفلاح هي 54 طنا .

الموضوع العشرون 20 — الحلول

التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة)

1 - نبين أن الكسر $\frac{264}{768}$ قابل للاختزال .

العدد 264 يقبل القسمة على 2 .

العدد 768 يقبل كذلك القسمة على 2 .

إذن العددان 264 و 768 يقبلان قاسما مشتركا يختلف عن 1 .

و بالتالي : العددان 264 و 768 ليسا أوليين فيما بينهما .

إذن : الكسر $\frac{264}{768}$ قابل للاختزال .

2 - حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 264 و 768 .

نستعمل خوارزمية إقليدس .

لدينا : $768 = 264\times 2 + 240$ ؛ $264 = 240\times 1 + 24$ ؛ $240 = 24\times 10 + 0$.

إذن : القاسم المشترك للعددين 264 و 768 هو 24 .

أي : $p\gcd(264;768) = 24$.

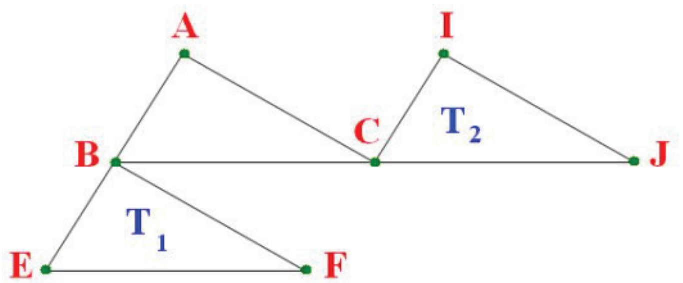
3 - اختزال الكسر $\frac{264}{768}$.

لدينا : $264 = 24\times 11$ ؛ $768 = 24\times 32$ إذن : $\frac{264}{768} = \frac{24\times 11}{24\times 32} = \frac{11}{32}$.

و بالتالي :

الكسر غير القابل للاختزال و الذي يساوي $\frac{264}{768}$ هو $\frac{11}{32}$. أي : $\frac{264}{768} = \frac{11}{32}$.

التمرين الثاني (الأشعة و الانسحاب)



1 - لدينا $\overrightarrow{BE}$ و $\overrightarrow{AB}$.

إذن النقطة E هي

نظيرة A بالنسبة إلى B .

بما أن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CF}$.

فإن : $ABFC$ متوازي الأضلاع .

لدينا $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CJ}$. إذن النقطة J هي نظيرة B بالنسبة إلى C .

لدينا $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AI}$. إذن الرباعي $BCIA$ متوازي الأضلاع .

و بالتالي : T_1 هو المثلث BEF .

و T_2 هو المثل ICJ .

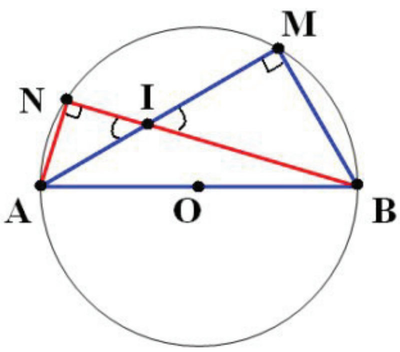
2 - بما أن : T_1 هو صورة ABC بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ فإن ABC صورة T_1 بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$.

و نعلم أن : T_2 هو صورة ABC بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$.

إذن : T_2 صورة T_1 بالانسحاب الذي هو مركب الانسحابين السابقين و شعاعه هو $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$. بما أن الرباعي $BCIA$ متوازي الأضلاع ، فإن : $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BI}$.

إذن : T_2 صورة T_1 بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BI}$.

التمرين الثالث (حساب المثلثات في المثلث القائم)



1 - الزاويتان $\widehat{MIB}$ و $\widehat{AIN}$ متقابلتان بالرأس .

إذن: $\widehat{AIN}=\widehat{MIB}$.

2 - الزاوية المحيطية $\widehat{AMB}$ تحصر نصف دائرة . إذن : $\widehat{AMB}=90°$

أي : $\widehat{IMB}=90°$.

إذن المثلث IMB قائم في M .

الزاوية المحيطية $\widehat{ANB}$ تحصر نصف دائرة كذلك .

إذن : $\widehat{ANB}=90°$ أي : $\widehat{INA}=90°$. و بالتالي المثلث INA قائم في N .

ينتج أن : كل من المثلثين IMB و INA قائم .

3 - في المثلث IMB ، لدينا $\frac{BM}{IM}=\tan\widehat{MIB}$.

و في المثلث NIA ، لدينا $\frac{AN}{IN}=\tan\widehat{AIN}$.

و بما أن : $\widehat{AIN}=\widehat{MIB}$ فإن : $\tan\widehat{AIN}=\tan\widehat{MIB}$.

و بالتالي : $\frac{AN}{IN}=\frac{BM}{IM}$.

التمرين الرابع (الدوال الخطية ـ الدوال التآلفية)

1 - تعيين معاملي الدالة f .

الدالة f معرفة كما يلي : $f(x)=ax$.

تمثيلها البياني : (d) يشمل النقطة $B(4;4)$.

إذن : $f(4)=4$. أي : $a\times4=4$.

إذن : $a=1$.

و بالتالي : الدالة الخطية f معرفة كما يلي : $f(x)=x$.

إعداد الأستاذ: محمد/بوقرة جعيجع ـ أستاذ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

2 - تعيين معاملي الدالة g .

الدالة g معرفة كما يلي: $g(x) = mx + p$.

تمثيلها البياني (T) يشمل النقطتين

$A(0;6)$ و $D(2;-4)$.

إذن : $g(0) = 6$ و $g(2) = -4$.

و بالتالي : $m = \dfrac{g(2) - g(0)}{2 - 0}$

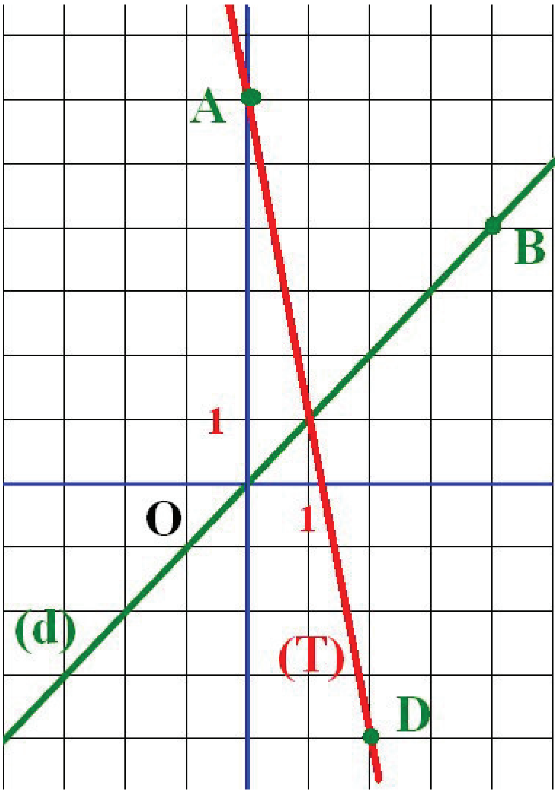
$= \dfrac{-4-6}{2} = -5$

أي : $m = -5$.

لدينا : $g(0) = 6$

إذن : $-5 \times 0 + p = 6$. أي : $p = 6$.

لدينا : $m = -5$ و $p = 6$.



ينتج أن الدالة التآلفية g معرفة كما يلي : $g(x) = -5x + 6$.

3 - رسم (d) و (T) في المعلم السابق .

(d) هو المستقيم الذي يشمل النقطتين O و B .

(T) هو المستقيم الذي يشمل النقطتين A و D .

المسألة

- حساب عدد الناجحين إذا كان عدد المترشحين هو 140 في هذه المتوسطة .

ليكن x عدد الناجحين .

لدينا : $x = \dfrac{80}{100} \times 140$.

أي : $x = 112$.

و بالتالي : عدد الناجحين هو 112 إذا كان عدد المترشحين هو 140 .

- حساب عدد المترشحين إذا كان عدد الناجحين هو 104 .

ليكن y عدد المترشحين .

لدينا : $\dfrac{80}{100} y = 104$.

إذن : $y = \dfrac{104 \times 100}{80}$. أي : $y = 130$.

و بالتالي : عدد المترشحين هو 130 إذا كان عدد الناجحين هو 104 .